

## **ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO**

### INSTITUCIÓN EDUCATIVA CENTAUROS

Aprobación oficial No.0552 del 17 de septiembre del 2002 Nit. 822.002014-4

Código DANE 150001004630

**APOYO A LA GESTION ACADEMICA** 

## Vigencia: 2020

FR-1540-GD01

Documento controlado

Página 1 de 1



Docente: Carlos Eduardo Sánchez Hueza		Área: Matemáticas
Grado: SEPTIMO	Sede: La Rosita	Fecha: Cuarto Periodo

Estándar: Utiliza números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver y plantear problemas justificando procesos en contextos de medida, geométricos, numéricos, de construcción, estadísticos, digitales y de la matemática recreativa.

**DBA**: Resuelve problemas que involucran números racionales positivos (fracciones, decimales o números mixtos) en diversos contextos haciendo uso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Predice el resultado de rotar, reflejar, trasladar una figura. Plantea y soluciona problemas del entorno usando ángulos y triángulos.

Nombre del estudiante:

## **ACTIVIDAD #1:**

## SISTEMA DE COORDENADAS CARTESIANAS

**PAGINAS 50 - 51 - 52 - 53** 

Debes escribir en tu cuaderno las páginas **50 – 51 - 52,** teniendo cuidado de consignar todos los ejemplos que aparecen allí resueltos. Además, debes realizar las actividades de aprendizaje de las páginas **52-53.** 

## **ACTIVIDAD #2:**

## **RAZONES Y PROPORCIONES**

## **PÁGINAS 72 - 73**

Debes escribir en tu cuaderno la página **72**; analizando detenidamente su contenido. Escribe y analiza todos los ejemplos que aparecen. Además, realizar las actividades de aprendizaje de la página **73**.

## **ACTIVIDAD #3:**

## **EXPERIMENTOS Y SUCESOS ALEATORIOS**

PÁGINAS 194 – 195 – 196 - 197

Consigna en tu cuaderno las páginas **194 – 195 - 196**. Escribe los ejemplos que aparecen allí resueltos. Finalmente resuelve las actividades de aprendizaje de las páginas **195 - 196**.

# 5

## Sistema de coordenadas cartesianas

## Saberes previos

Escribe las coordenadas de los puntos A, B, C, D y E que se observan en la Figura 2.13.

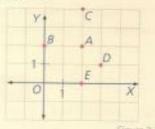


Figura 213

## Analiza

Gabriela debe representar, en un sistema de coordenadas cartesianas, un polígono cuyos vértices son los puntos M(6, -3), N(-1, -5), P(-5, 0), Q(-3, 4) y R(0, 6).

 ¿Qué poligono representará Gabriela?

## Conoce

## 5.1 Puntos en el plano con coordenadas enteras

En primer lugar, Gabriela debe trabajar en un sistema de coordenadas cartesianas. Es decir, debe dibujar dos ejes X y Y, perpendiculares en el punto O, que dividan el plano en cuadro cuadrantes; luego, debe escribir las escalas adecuadas en los ejes y localizar las coordenadas de cada punto. Finalmente, debe unir con segmentos los vértices de la figura.

Para ubicar en el plano un punto con coordenadas enteras, la primera de sus coordenadas se mide sobre el eje horizontal y se llama abscisa del punto. La segunda se mide sobre el eje vertical y se llama ordenada del punto.

En este caso, Gabriela obtiene el pentágono que se observa en la Figura 2.14.

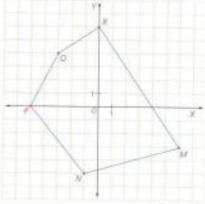


Figura 2.14

En el plano cartesiano, el eje horizontal se llama eje de las abscisas.

El eje vertical se llama eje de las ordenadas.

El punto de corte de los dos ejes se llama origen de coordenadas.

## 5.2 Simetría de dos puntos

La simetría de dos puntos en el plano cartesiano se puede dar de tres maneras: respecto al origen O de coordenadas, respecto al eje Y y respecto al eje X.

Respecto al origen de coordenadas. El simétrico del punto P(x, y) es el punto Q(-x, -y).

Respecto al eje Y. El simétrico del punto R(x, y) con respecto al eje Y es el punto S(-x, y). Estos puntos tienen las mismas ordenadas, pero las abscisas son números opuestos.

Respecto al eje X. El punto T(x, y) es simétrico con respecto al eje X con el punto Z(x, -y). T y Z tienen la misma abscisa, pero las ordenadas son números opuestos.

## Ejemplo 1

En la Figura 2.15 se observa que:

- El punto simétrico a P(5, 2) con respecto al origen de coordenadas es Q(-5, -2).
- El punto simétrico a P(5, 2) con respecto al eje de abscisas es R(5, -2).
- El punto simétrico a P(5, 2) con respecto al eje de ordenadas es S(-5, 2).

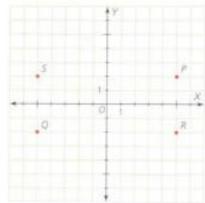


Figura 2.15

## 5.2 Puntos en el plano con coordenadas racionales

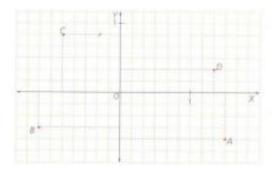
Una pareja ordenada de números racionales (x, y) es aquella que tiene como coordenadas x y y números racionales.

Para representar en el plano parejas ordenadas con números racionales expresados como fracción, se deben realizar procedimientos similares a los utilizados para representar números racionales en la recta numérica.

## Ejemplo 2

Para representar el punto A  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{2}{3}\right)$  en el plano cartesiano, se ubica la primera componente en la parte positiva del eje X y la segunda en la parte negativa del eje Y; al trazar la perpendicular de los ejes coordenados desde esos puntos, se encuentra su intersección donde se ubica el punto A. En el par ordenado B  $\left(-\frac{7}{6}, -\frac{1}{2}\right)$  se puede observar que el valor de x es negativo y el de y también, por lo que ese punto se localiza en el tercer cuadrante. El punto  $C\left(-\frac{5}{6}, \frac{5}{6}\right)$  se ubica en el segundo cuadrante; y el  $D\left(\frac{4}{3}, \frac{1}{3}\right)$ , en el primer cuadrante.

La Figura 2.16 muestra la representación de los puntos A, B, C y D.



## Sistema de coordenadas cartesianas

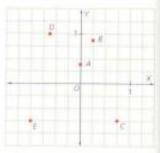
En la Figura 2.17 se observa que las coordenadas de los puntos representados en el plano, son:

$$A\left(0,\frac{1}{3}\right)$$
  $B\left(\frac{1}{4},\frac{7}{8}\right)$ 

$$B\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{8}\right)$$

$$C\left(\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\right) D\left(-\frac{5}{8}, 1\right)$$

$$E \left(-1, -\frac{3}{4}\right)$$



## Actividades de aprendizaje

## Ejercitación

- Representa en el plano cartesiano las coordenadas
- de los siguientes puntos.

A (3, 2)

B (5, 3)

C(3, 1)

1(-4,7)

H(0, 2)

K (3,0)

L(0,0)

N(0, -3)

D(1,1)

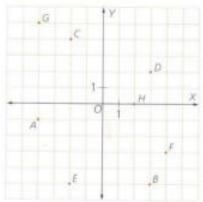
1 (6, 1)

M (8, 5)

E(-4,0)

## Comunicación

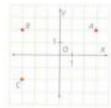
- Escribe las coordenadas de los puntos A, B, C, D, E, F,
- G y H que aparecen en la Figura 2.18.



- Ubica en el plano cartesiano cada par de puntos y determina las coordenadas del punto medio entre los dos.
  - a. (2, 4) y (2, 10) b. (6, 3) y (2, 3)
- Indica el cuadrante donde se ubica cada uno de los puntos cuyas coordenadas son:

- Lee y resuelve.
- En la Figura 2.19 los puntos A(3, 2) y B(−3, 2) corresponden a puntos simétricos respecto al eje Y; ambos puntos tienen la misma ordenada, y la abscisa del punto A es el opuesto de la abscisa del punto 8. Los puntos 8(-3, 2) y C(-3, -2) son simétricos respecto al eje X; ambos puntos tienen la misma abscisa, y la ordenada de uno es el opuesto de la ordenada del otro.

Los puntos C(-3, -2) y A(3, 2) son simétricos respecto al origen. La abscisa del punto C es el opuesto de la abscisa del punto A, y la ordenada del punto C es el opuesto de la ordenada del punto A.



Halla las coordenadas del punto simétrico al punto dado, respecto a cada eje y al origen.

- a M(-2,-1) b. N(3,0)
- c. E(0, 4)
- 6 Escribe las coordenadas de un punto B que tenga
- o como abscisa el doble de la del punto A(−3, 6) y esté sobre el eje de abscisas.

## Resolución de problemas

- ¿Qué valor debe tomar k para que el punto.
  - ♦ A(2, 3k 12) esté sobre el eje X?

## Comunicación

- Observa la Figura 2.20 y responde.
  - a. Si el triángulo ABC se gira 90°, alrededor del punto B, en el sentido de las manecillas del reloj, ¿cuáles son las nuevas coordenadas de sus vértices?
    - Nombra las coordenadas de los puntos B y C si el triángulo ABC se traslada tres unidades a la izquierda y dos hacia arriba.

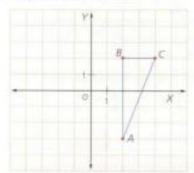


Figura 2.20

- Observa la Figura 2.21 y responde:
- a. En el eje X, ¿qué coordenadas indican los extremos del diámetro?
  - b. Si la circunferencia se moviera tres unidades a la izquierda y dos hacia abajo, ¿cuáles serían las coordenadas de su centro?

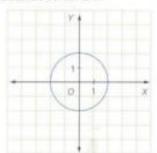


Figura 2.2

## Modelación

Representa los siguientes puntos sobre un mismo plano cartesiano.

$$A\left(0, \frac{9}{2}\right)$$

$$B\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{2}\right)$$

$$D\left(-\frac{5}{8}, 1\right)$$

$$E\left(2, -\frac{3}{4}\right)$$

$$G\left(-3, -\frac{11}{2}\right)$$



Escribe las coordenadas de los vértices del triángulo
 de la Figura 2.22.

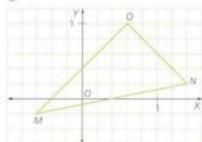


Figura 2.22

En el plano de la Figura 2.23 se trazó un poligono cuyos vértices son los puntos M, N, P, Q y R.

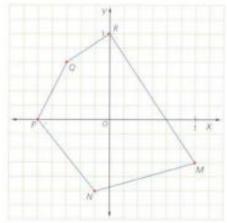


Figura 2.23

Determina las coordenadas de cada uno de los vértices del polígono.

## Evaluación del aprendizaje

- Responde las preguntas a partir de la información
- provista en la Figura 2.24.

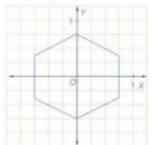


Figura 2.24

- ¿Cuáles son las coordenadas de los vértices del hexágono?
- ¿Cuáles serían las coordenadas de los vértices, si el hexágono se traslada dos unidades a la derecha?



## Razones y proporciones

## Saberes previos

En el polideportivo de un pueblo se ofrecen cursos de patinaje. Según la información que se registra en la inscripción, se determina que la razón entre los niños que saben patinar y los que no saben es de 28 a 45. ¿Sabe o no sabe patinar la mayoría de los inscritos? ¿Por qué?

## Analiza

En un colegio hay 50 profesores y 1000 estudiantes.



 ¿Cuántos alumnos hay por cada profesor?

### Conoce

La relación entre el número de profesores y el número de estudiantes se puede expresar con la razón matemática  $\frac{50}{1,000}$ .

Al simplificar la razón se obtiene que  $\frac{50}{1000} = \frac{1}{20}$ . Por tanto, se concluye que por cada profesor hay 20 estudiantes.

## 1.1 Razones

Una razón es una expresión numérica de comparación entre las medidas de dos magnitudes. La razón entre a y b se escribe  $\frac{a}{b}$  o a: b, y se lee: "a es a b".

En una razón  $\frac{a}{b}$  se identifican dos términos: el antecedente (a), que corresponde al primer término, y el consecuente (b), que es el segundo término.

## 1.2 Proporciones

Dos razones forman una **proporción** si se puede establecer una igualdad entre ellas. La proporción entre las razones  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  se escribe  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , y se lee: "a es a b como c es a d". Las razones que forman una proporción son razones equivalentes.

En la proporción  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , a y d son los extremos, c y b son los medios. El cociente de las razones que forman una proporción es el mismo, y se denomina coeficiente o razón de proporcionalidad.

## Ejemplo 1

$$\frac{3}{6}$$
 y  $\frac{3}{5}$  no forman una proporción, pues  $\frac{3}{6} = 0.5 \neq \frac{3}{5} = 0.6$ .

## 1.3 Propiedad fundamental de las proporciones

En toda proporción se cumple que el producto de los medios es igual al producto de los extremos.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$
 si y solo si  $a \cdot d = b \cdot c$ 

### Ejemplo 2

El término desconocido de la proporción  $\frac{x}{92} = \frac{64}{23}$  se halla aplicando la propiedad fundamental de las proporciones.

$$x \cdot 23 = 92 \cdot 64$$
  
 $x \cdot 23 = 5888 \Rightarrow x = \frac{5888}{23} = 256$ 



## Actividades de aprendizaje

## Comunicación

- Expresa los enunciados mediante una razón.
- a. Dos carros por cada apartamento.
  - b. Cuatro naranjas por cada seis peras.
  - Tres galletas por cada dos panes.
  - Dos pantalones por cada tres camisas.
  - e. Tres mujeres por cada hombre.

## Razonamiento

- Encuentra dos razones equivalentes a cada una de las razones dadas.

  - a.  $\frac{1}{9}$  b.  $\frac{7}{4}$  c.  $\frac{12}{25}$  d.  $\frac{14}{3}$
- Halla el antecedente de las razones, si el coeficiente
- de proporcionalidad de cada una es igual a 0.6.
  - a.  $\frac{a}{10}$  b.  $\frac{x}{5}$  c.  $\frac{y}{20}$  d.  $\frac{c}{15}$

- 🙆 Determina si la razón 🍱 forma una proporción con
- cada una de las siguientes razones.
  - a. 4 b. 57 c. 9.5

- d. 19 e. 16
- S Comprueba si las expresiones dadas forman una
- proporción. Ten en cuenta que a y b son distintos de 0.
  - a. 2a, 4b, 8a y 16b
- b. 3a, 9b, 10a y 28b
- c. 30a, 6b, 25a y 5b d. 25a, 5b, 16a y 4b

## Ejercitación

- 6 Identifica los extremos y los medios de cada proporción. Luego, halla el coeficiente de proporcionalidad en cada caso.

  - **a.**  $\frac{3}{16} = \frac{15}{80}$  **b.**  $\frac{18}{6} = \frac{9}{3}$
  - c.  $\frac{2}{10} = \frac{0.5}{2.5}$  d.  $\frac{4.5}{0.5} = \frac{9}{1}$
- $\frac{f.}{10m} = \frac{1}{2}$

## Razonamiento

- Halla el valor desconocido en cada proporción.
  - - a.  $\frac{5}{10} = \frac{y}{8}$  b.  $\frac{4}{m} = \frac{2}{11}$
    - c.  $\frac{12}{0.5} = \frac{n}{3}$  d.  $\frac{14}{16} = \frac{z}{8}$
- - g.  $\frac{10}{20} = \frac{20}{4}$  h.  $\frac{3y}{2} = \frac{18}{4}$

## Resolución de problemas

- 8 En una encuesta sobre el género de película favo-
- grito, se obtuvieron los datos que se muestran en la Tabla 3.1.

Género de película	Frecuencia
Suspenso	15
Animada	32
Acción:	21
Comedia	17
Otro	7

- a. ¿Cuál es la razón entre los que prefieren comedia y los que prefieren las películas animadas?
- b. ¿Cuál es la razón entre los que prefieren las películas de acción y el total de los encuestados?
- Un carro recorre una distancia de 120 km en
- 1,5 h manteniendo una velocidad constante. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en 3 h?

## Evaluación del aprendizaje

- Para hacer galletas, María agrega dos huevos por
- rada 300 g de mantequilla. Si duplica la cantidad de mantequilla, ¿cuántos huevos deberá usar?
- En una floristería venden doce rosas por cada 24
- flores. ¿Cuántas rosas le entregarán a una persona. que compre siete docenas de flores?

## Experimentos y sucesos aleatorios

## Saberes previos

Si compras un billete de lotería, ¿estás seguro de que vas a ganar? Explica tu respuesta. ¿Porqué crees que la gente participa en este tipo de sorteos?

Uno de los juegos de dados más populares es el craps. Sus reglas son:

- El jugador lanza dos dados simultáneamente para observar la suma de las caras.
- Si la suma es 7 u 11, el jugador gana.
- Si la suma es 2, 3 o 12, pierde.
- -Si la suma es una cantidad diferente, el jugador repite el lanzamiento.
- · ¿Cuáles son los posibles resultados al lanzar los dos dados al aire?

## Conoce

## 5.1 Experimentos aleatorios

Al lanzar dos dados al aire no es posible predecir el resultado que se obtendrá, pero sí es posible conocer todos los resultados posibles. Este tipo de experiencias se denominan experimentos aleatorios.

Para el caso del juego de craps hay 36 resultados posibles que se muestran a continuación.

Un experimento aleatorio es un experimento que puede repetirse varias veces. Es posible conocer todos los resultados que se pueden obtener, pero aun así no es posible determinar cuál de ellos saldrá cada vez que se lleva a cabo el experimento.

Para elegir al ganador de un sorteo, se utiliza una ruleta que tiene diez compartimentos numerados del 0 al 9. (Figura 6.11)

Aunque se repita muchas veces la experiencia, jamás se podrá predecir el resultado que se va a obtener al hacer girar la ruleta; es un experimento alea-



Figura 6.11

Los resultados posibles que se pueden obtener al girar la ruleta son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9.

Al lanzar al aire dos monedas simultáneamente los resultados que se pueden obtener son:

> (cara, cara) (sello, cara)

(cara, sello)

(sello, sello)

## 5.2 Espacio muestral

El espacio muestral es el conjunto de todos los resultados posibles que se pueden obtener al realizar un experimento aleatorio. Cada subconjunto de un espacio muestral se denomina suceso.

## Ejemplo 3

Un suceso relacionado con el espacio muestral del juego de *craps* puede ser: A: "Sacar números iguales". En este caso, los resultados serían:

## Elemplo 4

En relación con la información del Ejemplo 1, el espacio muestral E está conformado por todos los resultados posibles, es decir:

## Ejemplo 5

Se lanza un dado cuyas seis caras se distribuyen así: dos caras de color azul, dos caras de color rojo y dos caras de color verde. Se espera que caiga sobre una cara y se anota el resultado de la cara superior.

El espacio muestral E de este experimento es:

## 5.3 Sucesos aleatorios

Un suceso elemental es cada uno de los resultados posibles que se pueden obtener en un experimento aleatorio.

Un suceso compuesto corresponde a cualquier suceso que esté formado por dos o más sucesos elementales.

## Ejemplo 6

Al realizar el experimento de lanzar un dado hay seis sucesos elementales, que son sacar 1, 2, 3, 4, 5 o 6.

El espacio muestral de este experimento es el siguiente conjunto:

Dos sucesos compuestos pueden ser: sacar un número par, cuyos resultados pueden ser "2, 4 o 6", y sacar un múltiplo de 3, que tendría como resultados posibles "3 o 6".

## Fiemple 7

Al realizar el experimento de lanzar un dado tetraédrico regular, cuyas caras están numeradas del 1 al 4, y anotar el resultado de la cara oculta hay cuatro sucesos elementales, que son sacar 1, 2, 3 o 4.

El espacio muestral es el conjunto

$$E = \{1, 2, 3, 4\}$$

Dos sucesos compuestos pueden ser: sacar un número menor que 3, cuyos resultados pueden ser "1 o 2", y sacar un número impar, que tendría como resultados posibles "1 o 3".

# 5

## Experimentos y sucesos aleatorios

## 5.4 Operaciones con sucesos

Al igual que con los conjuntos, con los sucesos aleatorios también es posible realizar las operaciones de unión e intersección.

Unión de sucesos. El suceso A U B se da cuando se realiza A o se realiza B.

Intersección de sucesos. El suceso A ∩ B se da cuando se realizan simultáneamente los sucesos A y B.

Sucesos incompatibles. Dos sucesos A y B son incompatibles si no pueden realizarse simultáneamente, es decir, si  $A \cap B = \emptyset$ .

## Ejemplo !

Un experimento consiste en extraer una balota de una uma en la que hay 20 balotas, numeradas del 1 al 20. Se consideran los siguientes sucesos:

A: "Extraer un número primo"

B: "Extraer un número par"

C: "Extraer un múltiplo de 5"

D: "Extraer un divisor de 18"

Algunos sucesos escritos en palabras y como conjuntos son:

• A U B: "Extraer un número primo o un número par"

 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20\}$ 

A ∩ 8: "Extraer un número primo y número par"

 $A\cap B=\{2\}$ 

C ∩ D: "Extraer un múltiplo de 5 y divisor de 18"

Así,  $C \cap D = \emptyset$ 

C — A: "Extraer un múltiplo de 5 que no sea primo"

 $C - A = \{10, 15, 20\}$ 

De lo anterior se puede concluir que C y D son sucesos incompatibles, porque  $C \cap D = \emptyset$ .

## Ejernpla 9

Al lanzar una moneda se consideran los siguientes sucesos:

A: "Salir cara"

B: "Salir sello"

A U B es el espacio muestral, ya que:

 $A \cup B = \{cara, sello\}$ 

 $A - B = \{cara\}$ 

A y B son sucesos compatibles, porque  $A \cap B = \emptyset$ .

## Actividades de aprendizaje

## Ejercitación

- Indica si estos experimentos son aleatorios y, en
- caso afirmativo, determina el espacio muestral.
  - Extraer, sin mirar, una carta de una baraja española.
  - Lanzar un dado tetraédrico regular, cuyas caras tienen las letras A, B, C, D, y anotar el resultado de la cara oculta.
  - c. Medir la longitud del perímetro de un cuadrado de 4 cm de lado.
  - Anotar el número de personas que se suben a un bus en uno de los paraderos.
  - Aplicar el teorema de Pitágoras en un triángulo rectángulo e isósceles.
  - Calcular la raiz cuadrada de un número.
  - g. Lanzar un dado que tiene sus caras marcadas así: tres caras con una O, tres caras con una X, Al caer, anotar el resultado que queda en la cara superior.
- O Se lanza un dado cúbico.
- Indica los sucesos elementales que forman cada uno de estos sucesos,



Sacar un múltiplo de 3.

Figura 6.12

- Sacar un número menor que 4.
- Sacar un número mayor que 5.
- d. Sacar un número primo mayor que 3.
- e. Sacar un número menor que 7.
- 1. Sacar un número diferente de 6.
- Se extrae una carta de una baraja española de 40 à cartas y se consideran los siguientes sucesos:
  - A: "Sacar una copa"
  - B: "Sacar un rey"
  - C: "Sacar una carta menor que 5"

Determina estos sucesos:

- a. AUB, AUCYBUC
- b. A n B, A n CyBn C
- CAUBUCYANBAC

## Comunicación

- 🙆 Se realiza un experimento que consiste en lanzar un
- dado con las caras numeradas del 1 al 6 y se anota el número de la cara superior. Considera estos sucesos:

$$A = \{1, 2, 3\}; B = \{2, 5, 6\} \text{ y } C = \{3\}$$

- Halla los sucesos: A ∪ B A ∩ B
  B ∪ C B ∩ C
- Representa los sucesos del literal anterior utilizando diagramas de Venn.
- Un experimento consiste en extraer una balota de una urna en la que hay diez balotas; cinco son rojas, tres son blancas y dos son azules. Se consideran los siguientes sucesos:
  - A: "Extraer una balota roja"
  - B: "Extraer una balota blanca"
  - C: "Extraer una balota azul"
  - a. Describe en palabras y determina estos sucesos:
    - AUB CUA BUC
  - b. Determina dos sucesos incompatibles.

## Resolución de problemas

- 6 Para determinar los gana-
- dores de una rifa se utiliza una uma como la de la Figura 6.13.



Si se elige una balota al azar:

Funira 6.13

- ¿Cuál es el espacio muestral de este experimento?
- b. ¿Cuáles son los elementos del siguiente evento?

A = {números pares}

- Determina los elementos del siguiente evento:
  - $B = \{\text{números impares menores que 5}\}$
- d. ¿El conjunto A U B es igual al espacio muestral?

## Evaluación del aprendizaje

- En un experimento para dos sucesos A y B, se
- cumple que A U B = A. ¿Es cierto que A = B? Justifica tu respuesta utilizando un ejemplo.