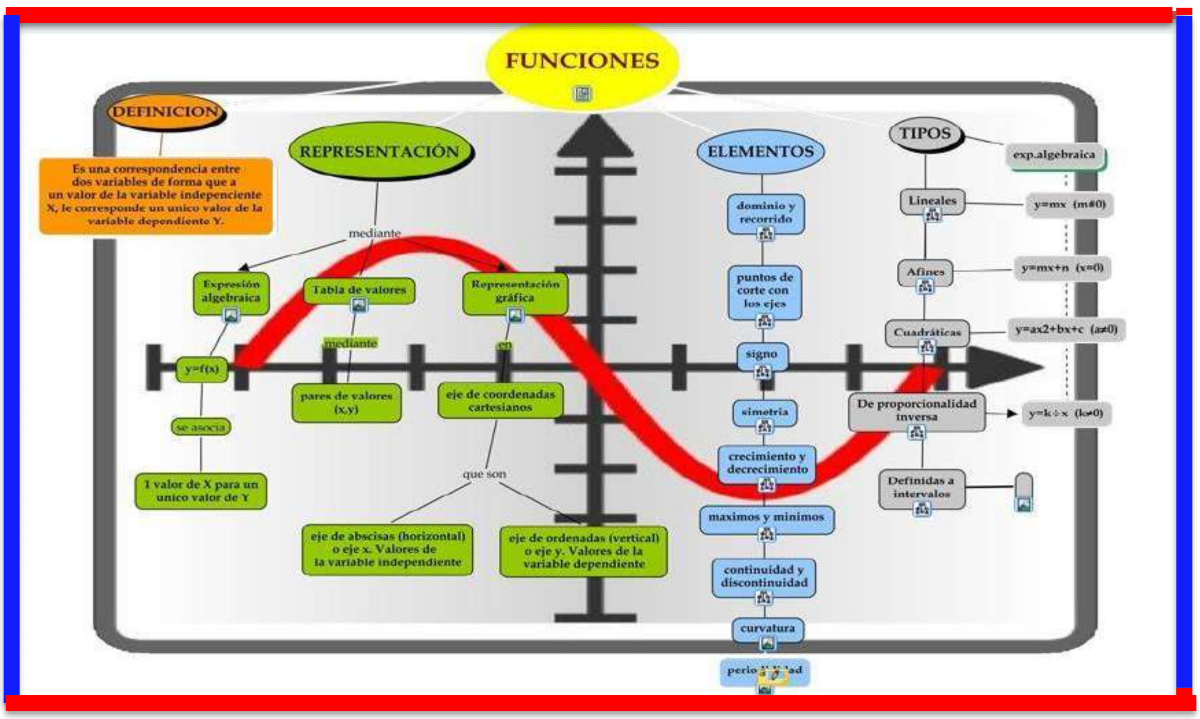
	ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO	FR-1540-GD01	
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CENTAUROS	Vigencia: 2014	
	PLANEACION TERCER PERIODO	Documento controlado	
		PERIODO:3	

Docente: **ELCIRA RIVERA GRANADA**		Área: **MATEMATICAS**
Grado: **NOVENO**	Sede: **LA ROSITA JM**	Fecha: **JULIO - 12 - 2021**

ESTANDAR: Comprendo e interpreto funciones, características, representaciones, dominio, rango y otros conceptos relacionados a través del planteo y solución de problemas geométricos, gráficos y de la vida cotidiana.

DBA: Identifica cuando una relación es una función, reconoce que una función se puede representar de diversas maneras, y encuentra su dominio, codominio y rango.



Si quieres vivir una vida feliz, átala a una meta no a una persona o a un objeto.

Albert Einstein

ACTIVIDAD #1: PÁGINAS: 138 - 139

Simplemente escribes en tu cuaderno la página **138,** teniendo muy presente los conceptos de función, dominio y rango de una función. Resuelve la actividad de aprendizaje de la página **139** y representa de forma gráfica cada función del punto **#3** para hallar el dominio y el rango.

ACTIVIDAD #2: PÁGINAS: 142 – 143

Consigna la página **142 y 143** teniendo cuidado de tratar las siguientes temáticas: función lineal, función AFIN y sus respectivas gráficas y ejemplos.

ACTIVIDAD #3: PÁGINAS: 178 – 179

Consigna las páginas **178** y **179** en tu cuaderno; teniendo en cuenta las temáticas de: función cuadrática, representación gráfica de una función cuadrática, funciones de la forma; **f(x)**= $\boldsymbol{ax^2}$ y funciones de la forma **f(x)**= $\boldsymbol{ax^2} + \boldsymbol{c}$ con sus correspondientes gráficas y ejemplos.

ACTIVIDAD #4: PÁGINAS: 180 – 181

Consigna en tu cuaderno la página **180** sobre funciones de la forma **f(x)**= $\boldsymbol{ax^2} + \boldsymbol{bx} + \boldsymbol{c}$. Además, resuelve la actividad de aprendizaje que inicia en la página **180** y termina en la página **181.** Es muy importante realizar la tabla de datos, el proceso y la gráfica para cada ejercicio que debes realizar.

1 Concepto de función

Saberes previos

¿Qué es un par ordenado? ¿Cómo se ubica en el plano cartesiano una pareja ordenada?

Analiza

Considera estos conjuntos A y B:

$A = \{2, 3, 5, 6\}$ y $B = \{1, 2, 4, 9, 10\}$

- Si x es un elemento de A y y, un elemento de B, puede definirse una relación R de A en B mediante el enunciado: "y es múltiplo de x". ¿Cuáles son los elementos de R?

Conoce

De acuerdo con su definición, la relación R hace corresponder a x, de A, algún elemento y, de B, siempre y cuando y sea múltiplo de x.

Por lo tanto, la relación está conformada por todas las **parejas ordenadas** de la forma (x, y) que cumplan la condición que define a R, así:

$$R = \{(2, 2), (2, 4), (2, 10), (3, 9), (5, 10)\}.$$

Una **función** f es una relación definida de un conjunto A en un conjunto B, tal que a cada elemento de A le corresponde un único elemento de B mediante f.

Ejemplo 1

Sean $A = \{2, 4, 6, 8\}$ y $B = \{1, 3, 5, 7\}$, y R_1 una relación definida mediante el enunciado: "x es el siguiente de y" siempre que x sea un elemento del conjunto A y y, un elemento del conjunto B.

Se observa que la relación R_1 está dada por:

$$R_1 = \{(2, 1), (4, 3), (6, 5), (8, 7)\}$$

De acuerdo con lo anterior, se concluye que esta relación es una función, pues no existen pares ordenados que tengan el mismo primer elemento, y cada elemento del conjunto A está asociado a un único elemento del conjunto B.

1.1 Dominio y recorrido de una función

El **dominio de una función** f, denotado por $D(f)$, es el conjunto de todos los valores que toma la variable independiente x. **El rango o recorrido de una función** f, denotado por $R(f)$, es el conjunto de todos los valores que toma la variable dependiente y.

Ejemplo 2

La función $y = \frac{2}{x-1}$ está definida para todo número real, excepto para aquel que anula el denominador. En este caso, el valor que anula el denominador es $x = 1$; por lo tanto, $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$.

Para determinar el recorrido de la función, se despeja la variable x en términos de la variable y. Luego se intercambian los nombres de las variables, con lo cual se obtiene la expresión $y = \frac{2+x}{x}$, que estará definida para todo número real, excepto para $x = 0$; es decir, $R(f) = \mathbb{R} - \{0\}$.

1.2 Representación gráfica de una función

La **representación gráfica de una función** $y = f(x)$ en el plano cartesiano consta de todos los puntos cuyas coordenadas se expresan mediante parejas ordenadas de la forma (x, y) que pertenecen a dicha función.

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Modelación

1 Escribe la función que representa cada enunciado. En cada caso, determina la variable independiente y la variable dependiente.

a. El costo mensual del servicio de telefonía celular (C) es de $ 200 por minuto más $ 5 800 de cuota fija.

b. El salario neto (G) de una persona que gana $ 20 000 por hora.

Comunicación

2 Completa la Tabla 5.1. Observa el ejemplo.

Función expresada mediante un enunciado	Función expresada mediante su expresión algebraica
Función que a cada número le asocia su triple.	$y = 3x$
Función que a cada número le asocia su doble menos 3.	
Función que a cada número le asocia su mitad.	
	$y = x^2$

Tabla 5.1

3 Halla el dominio y el rango de cada función.

a. $f(x) = 5x - 7$

b. $f(x) = |x|$

c. $f(x) = \frac{1}{x}$

d. $f(x) = -2x^3 + 8x + 3$

e. $f(x) = \frac{12}{x-5}$

f. $f(x) = \sqrt{x+1}$

Razonamiento

4 Indica cuál de las siguientes gráficas no corresponden a una función. Justifica tu respuesta.

a.

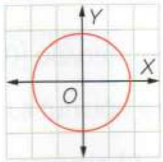


Figura 5.1

b.

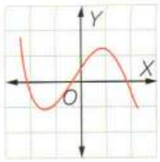


Figura 5.2

Resolución de problemas

5 Si una roca cae al piso libremente desde una altura de 50 m, la altura h, en metros, al transcurrir x segundos es aproximadamente:

$$h(x) = 50 - 4{,}9x^2$$

¿A qué altura está la roca cuando transcurre un segundo? ¿Y cuándo transcurren dos segundos?

Evaluación del aprendizaje

Observa el ortoedro de la Figura 5.3 y resuelve.

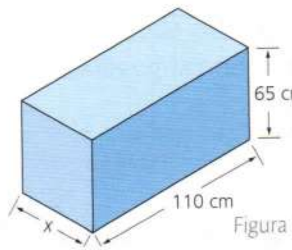


Figura 5.3

a. Escribe una función que relacione el volumen del ortoedro $V(x)$ con la medida de su ancho x.

b. Determina el volumen del ortoedro para las medidas de x dadas en la Tabla 5.2.

x	V(x)
15 cm	
20 cm	
25 cm	
30 cm	

Tabla 5.2

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

Las mujeres cuello de jirafa usan anillos de metal que se incrementan uno cada año desde los 5 *hasta los 12 años*. A partir de esta edad, se añaden los máximos posibles hasta que el cuello llegue a su tope. ¿Esta situación es una función? Explica.

- ¿Por qué es importante el respeto a la diferencia cultural?

3 Funciones lineal y afín. Representación gráfica

Saberes previos

Ubica en el plano cartesiano los puntos (1, 1) y (−5, −5). Luego, traza una línea recta que pase por esos puntos. ¿Qué característica tiene la gráfica de la recta que trazaste?

Analiza

La arena contenida en un reloj de arena ocupa un volumen de 540 cm³ y la velocidad de caída es de 9 cm³ por minuto.

- ¿Cuánto tiempo transcurre para que haya la misma cantidad de arena en las dos partes del reloj?
- Elabora una gráfica que represente la situación.

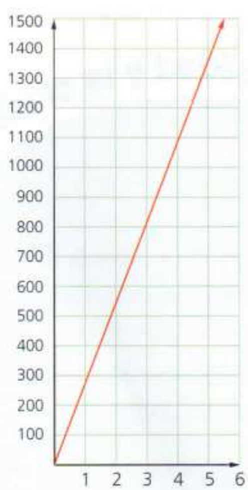


Figura 5.13

Conoce

Para analizar la situación, puede completarse una tabla que muestre la relación entre el tiempo transcurrido t, en minutos, y el volumen de la arena V, en centímetros cúbicos, que queda en la parte superior del reloj. Observa la Tabla 5.3.

t	1	10	20	30	40	50	60
$V(t)$	531 cm³	450 cm³	360 cm³	270 cm³	180 cm³	90 cm³	0 cm³

Tabla 5.3

La relación entre t y V corresponde a una función. El tiempo transcurrido hasta el momento en el que la cantidad de arena es la misma en ambos lados del reloj es de 30 minutos.

La gráfica que representa la relación entre t y V puede observarse en la Figura 5.12, y corresponde a un segmento de recta cuya expresión algebraica está dada por: $V(t) = 540 - 9t$.

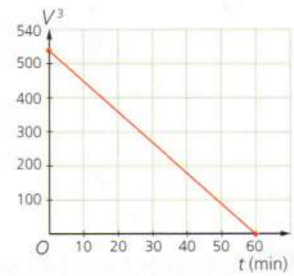


Figura 5.12

3.1 Función lineal

Una **función lineal** es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $\boldsymbol{f(x) = mx}$, siendo m un número real diferente de 0.

Algunas características de la función lineal $f(x) = mx$ son las siguientes:

- Su gráfica es una **línea recta** que pasa por el origen.
- El valor de $\boldsymbol{m}$ se llama **constante de proporcionalidad**. Si $m > 0$ la función es creciente y si $m < 0$ la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto $\mathbb{R}$.
- Es una función **continua**.

Ejemplo 1

El ICE (*Inter city Express*) es un tren que conecta todas las ciudades principales de Alemania. Alcanza una velocidad media de 270 km/h. En la Tabla 5.4 se muestra la distancia D que recorre en función del tiempo t.

t (Tiempo en horas)	1	2	3	4	5	...
$D(t)$ (Distancia recorrida en km)	270	540	810	1 080	1 350	...

Tabla 5.4

Esta situación puede modelarse por medio de la función $D(t) = 270t$, cuya gráfica es una línea recta que pasa por (0, 0), como se observa en la Figura 5.13. En este caso, la constante de proporcionalidad es 270.

3.2 Función afín

Una **función afín** es aquella cuya expresión algebraica es de la forma $\boldsymbol{f(x) = mx + b}$, siendo m y b números reales distintos de 0.

Las principales características de la función afín $f(x) = mx + b$ son:

- Su gráfica es una **línea recta** que pasa por el punto $(0, b)$. Este se denomina **punto de corte** con el eje de ordenadas.
- El número $\boldsymbol{m}$ se llama **constante de proporcionalidad**. Si $m > 0$ la función es creciente y si $m < 0$ la función es decreciente.
- Su dominio y su rango coinciden con el conjunto $\mathbb{R}$.
- Es una función **continua**.

3.3 Gráfica de una función afín

La **gráfica de la función afín** $f(x) = mx + b$ se obtiene al desplazar verticalmente la gráfica de la función $f(x)= mx$.

En la Figura 5.14 se observa que:

- Si $b > 0$, el desplazamiento es hacia arriba.
- Si $b < 0$, el desplazamiento es hacia abajo.

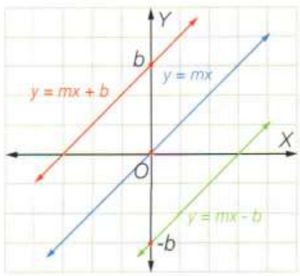


Figura 5.14

Ejemplo 2

En cierto experimento se midió la temperatura de un líquido sometido a un aumento gradual de temperatura. Los datos se muestran en la Tabla 5.5.

Tiempo en minutos (x)	0	1	2	3	4	5	...
Temperatura en ºC (y)	12	24	36	48	60	72	...

Tabla 5.5

Al graficar la relación dada entre el tiempo que transcurre y la temperatura del líquido, se obtiene una línea recta que no pasa por el origen (Figura 5.15). Esto significa que dicha relación es una función afín cuya constante de proporcionalidad es 12 y corta el eje X en el punto $(0, 12)$.

Del razonamiento anterior se tiene que $m = 12$ y $b = 12$, con lo cual puede deducirse que la expresión algebraica de la función es $y = 12x + 12$.

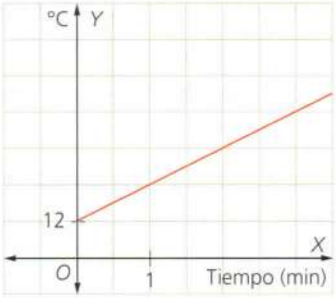


Figura 5.15

1 Función cuadrática. Representación gráfica

Saberes previos

Describe cómo es el salto de un conejo o el lanzamiento de un balón de baloncesto dirigido hacia la cesta. ¿Qué otros movimientos conoces que sean similares a estos?

Analiza

El salto de cierta rana se puede modelar mediante la función:

$$h(t) = 2t - t^2$$

Donde t es el tiempo medido en segundos y h la altura en metros.

- ¿Cuánto tardará el salto de la rana? ¿Cuál es la altura máxima que alcanza la rana en ese salto?

Conoce

En la Tabla 6.1 se muestra la altura del salto de la rana en cinco momentos distintos.

t	0	0,5	1	1,5	2
$h(t)$	0	0,75	1	0,75	0

Tabla 6.1

Según los datos, la rana está en el piso cuando $t = 0$ y $t = 2$, pues su altura es 0 en ambos instantes. Es decir, $h(0) = 0$ y $h(2) = 0$. El instante $t = 0$ corresponde al momento de iniciar el salto, y el instante $t = 2$ corresponderá al instante en que la rana vuelve al piso después de haber saltado. Esto significa que el salto tarda dos segundos.

Por otra parte, la máxima altura que alcanza la rana corresponde al mayor valor de $h(t)$ registrado en la tabla: 1. Por esto se deduce que la mayor altura que alcanza la rana en este salto es de 1 m.

Muchas situaciones son modeladas mediante funciones que involucran el cuadrado de una variable. Este tipo de funciones se denominan **funciones cuadráticas**.

Una **función cuadrática** es de la forma $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$, donde a, b y c son números reales y $a \neq 0$.

1.1 Representación gráfica de una función cuadrática

La representación gráfica de la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ es una parábola que se caracteriza por tener los siguientes elementos.

- **Vértice (V):** punto donde la parábola alcanza su punto máximo, si $a < 0$, o su punto mínimo, si $a > 0$.
- **Cortes de la parábola con los ejes coordenados (ceros de la función):** puntos donde el valor de la función es 0. Las coordenadas de los puntos de corte con el eje X son de la forma $(x, 0)$. En estos casos, el valor de x se halla resolviendo la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$.
- **Eje de simetría:** recta paralela al eje Y, que pasa por la coordenada x del vértice de la parábola.
- **Concavidad:** una parábola es cóncava hacia arriba, si $a > 0$, o es cóncava hacia abajo, si $a < 0$.

Ejemplo 1

Para representar gráficamente la función $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2$, se puede completar una tabla de valores como la Tabla 6.2, asignando valores arbitrarios a la variable x. Luego, se representan en el plano cartesiano. Como la función está definida para cualquier valor real, al trazar la curva se obtiene la Figura 6.1.

x	$f(x)$
−4	−10
−2	−4
0	−2
2	−4
4	−10

Tabla 6.2

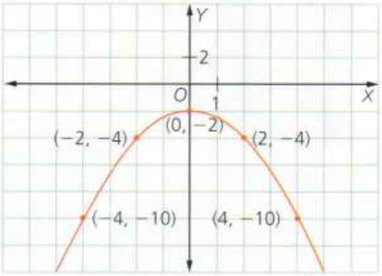


Figura 6.1

1.2 Funciones de la forma $f(x) = ax^2$

Una función definida por la expresión $y = ax^2$, con $a \neq 0$, se conoce como **función cuadrática con vértice en el origen**.

El vértice de la parábola que describe la función $f(x) = ax^2$ es $(0, 0)$; el eje de simetría de esta parábola es el eje Y.

Ejemplo 2

Se puede determinar la variación de las gráficas de las funciones cuadráticas de la forma $f(x) = ax^2$, analizando el resultado para los distintos valores de a.

- Si $a > 1$, la gráfica de la función es una contracción de la gráfica de la función $f(x) = x^2$. Si $0 < a < 1$, la gráfica de la función es una dilatación de la gráfica de la función $f(x) = x^2$.

  En la Tabla 6.3, las parábolas representadas son $f(x) = x^2$, $g(x) = 2x^2$ y $h(x) = 4x^2$ para $a > 1$; y $f(x) = x^2$, $g(x) = 0{,}5x^2$ y $h(x) = 0{,}33x^2$ para $0 < a < 1$.

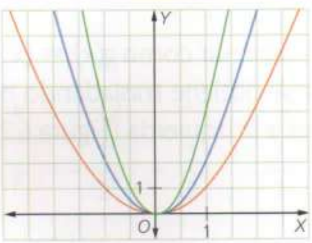
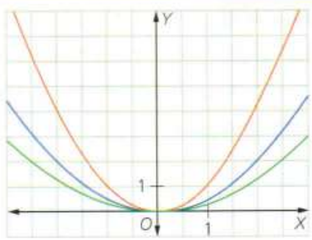
$a > 1$	$0 < a < 1$
	

Tabla 6.3

- Cuando $a < 0$, las gráficas de las funciones se obtienen reflejando las gráficas de los casos anteriores con respecto al eje X, como se ve en la Tabla 6.4.

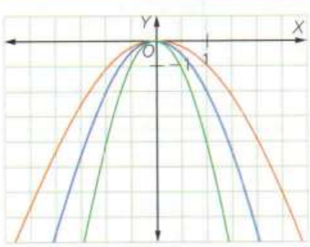
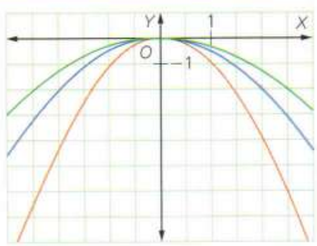
$a < -1$	$-1 < a < 0$
	

Tabla 6.4

1.3 Funciones de la forma $f(x) = ax^2 + c$

La parábola que describe la función $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + c}$ es una traslación vertical de c unidades de la parábola $f(x) = ax^2$. Esta traslación es hacia arriba si $c > 0$ y hacia abajo si $c < 0$.

El vértice de la parábola $f(x) = ax^2 + c$ está ubicado en el punto $(0, c)$ y el eje de simetría es el eje Y.

1 Función cuadrática. Representación gráfica

1.4 Funciones de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$

La **función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$** es una función cuadrática en la cual a, b y c son diferentes de 0.

La función $f(x) = ax^2 + bx + c$ puede llevarse a una de las formas:

$$f(x) = a(x - h)^2 \text{ o } f(x) = a(x - h)^2 + k$$

- Si la función es de la forma $f(x) = a(x - h)^2$, el vértice de la parábola es el punto $(h, 0)$ y el eje de simetría es el eje Y.
- Si la función es de la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$, el vértice de la parábola es el punto (h, k) y el eje de simetría es la recta $x = h$.

Ejemplo 3

La función $g(x) = x^2 - 6x + 9$ se puede expresar como $g(x) = (x - 3)^2$, por lo tanto, su vértice es $(3, 0)$. Además, su gráfica se obtiene trasladando horizontalmente la parábola $f(x) = x^2$, tres unidades a la derecha.

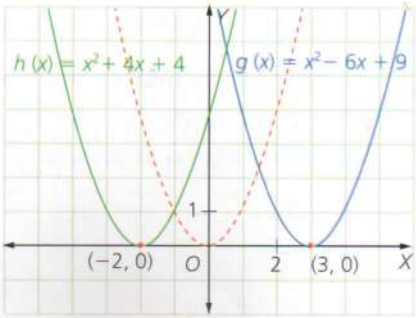


Figura 6.2

Ejemplo 4

La función $h(x) = x^2 + 4x + 4$ se puede expresar como $g(x) = (x + 2)^2$, por lo tanto, su vértice es $(-2, 0)$. Su gráfica se obtiene trasladando horizontalmente la parábola $f(x) = x^2$, dos unidades a la izquierda (Figura 6.2).

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Identifica cuáles de las siguientes expresiones pueden representar una función cuadrática.

a. $f(x) = -16x^2 + 14x + 10$

b. $f(p) = 16p^3 + 14p^2 + 12$

c. $f(n) = -0{,}25n^2 - 0{,}5n + 1$

d. $f(x) = -6x + 1$

e. $f(t) = -4t - 5 + 32t^2$

Razonamiento

2 Escribe cada una de las siguientes funciones en la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$. Luego, identifica los valores correspondientes de a, b y c.

a. $f(x) = 4x + 10 - 16x^2$

b. $f(x) = -6x + 5 + x^2$

c. $f(x) = x^2 + 10 - 6x$

d. $f(x) = -2 + x^2 - 4x$

Comunicación

3 Escribe la ecuación del eje de simetría de cada parábola y las coordenadas del vértice.

a.

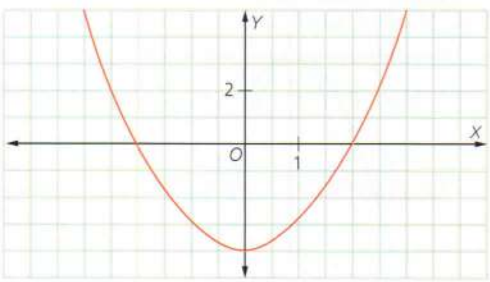


Figura 6.3

b.

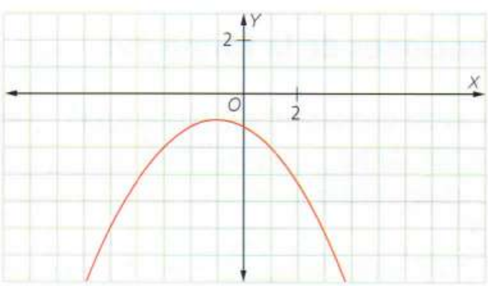


Figura 6.4

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Comunicación

4 Elabora las gráficas de las funciones cuadráticas de cada grupo en un mismo plano cartesiano. Explica sus diferencias y semejanzas.

a. $f(x) = 2x^2$ $\quad g(x) = -2x^2$

b. $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ $\quad g(x) = 2x^2$

c. $f(x) = 2x^2$ $\quad g(x) = 3x^2$ $\quad h(x) = 4x^2$

d. $f(x) = -2x^2$ $\quad g(x) = -3x^2$ $\quad h(x) = -4x^2$

5 Determina la ecuación de la función cuadrática que define cada tabla de valores.

a.

x	-2	-1	0	1	2
y	1	-2	-3	-2	1

Tabla 6.5

b.

x	-2	-1	0	1	2
y	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{7}{2}$

Tabla 6.6

6 Lleva cada función a la forma $f(x) = a(x - h)^2 + k$. Luego, escribe las coordenadas del vértice de la parábola que la representa.

a. $f(x) = x^2 + 2x + 3$

b. $f(x) = x^2 - 2x + 5$

c. $f(x) = 3x^2 + 6x + 4$

Resolución de problemas

7 El movimiento de una pelota puede expresarse mediante la función $f(x) = -5x^2 + 20x + 10$, donde x representa el tiempo en segundos y $f(x)$, la altura en metros.

a. Representa gráficamente la función $f(x)$.

b. ¿Qué significa que la gráfica tenga un punto máximo o mínimo?

c. ¿Qué altura alcanza la pelota al transcurrir dos segundos desde el inicio del movimiento?

8 El movimiento de cierta partícula está determinado por la función $f(x) = x^2 - 4$. Su trayectoria se muestra en la Figura 6.5.

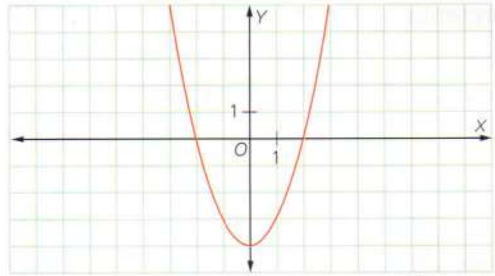


Figura 6.5

a. ¿Qué coordenadas tiene el punto más bajo que alcanza la partícula?

b. ¿En qué puntos la trayectoria corta a los ejes?

Evaluación del aprendizaje

i Observa la Figura 6.6. ¿Qué tipo de transformación sufrió la parábola *a* para obtener la parábola *b*? Determina las funciones que las describen.

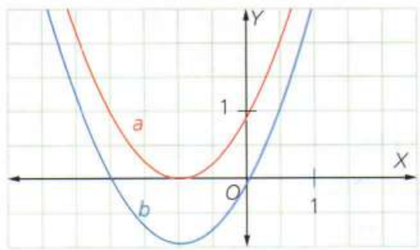


Figura 6.6

ii La trayectoria de cierto satélite se ajusta a la gráfica de la función $f(x) = 6x^2 - 12$, donde x representa el tiempo en días y $f(x)$ el recorrido en kilómetros. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido el satélite al cabo de diez días desde su lanzamiento?

Educación ambiental

El nivel y de contaminación de un río está dado por la función $y = -8x^2 - 16$, donde x representa el tiempo medido en horas. ¿A qué hora del día el río se encuentra más contaminado?

- ¿Qué acciones puedes tomar para evitar que se sigan contaminando lo ríos?

	ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO	FR-1540-GD01	
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CENTAUROS	Vigencia: 2014	
	CRONOGRAMA TERCER PERIODO	Documento controlado	
		PERIODO:3	

ASIGNATURA: MATEMATICAS

GRADO: NOVENO

DOCENTE: ELCIRA RIVERA GRANADA

SEMANA	FECHA	PROCEDIMIENTO SEMANAL	ACTIVIDADES	FECHA DE ENTREGA
1	19 AL 23 DE JULIO	EXPLICACION DE LA ACTIVIDAD #1	ACTIVIDAD #1: PÁGINAS: 138 - 139	
2	26 AL 30 DE JULIO	ENTREGA DE LA ACTIVIDAD #1		VIERNES 30 DE JULIO
3	02 AL 06 DE AGOSTO	EXPLICACION DE LA ACTIVIDAD#2	ACTIVIDAD #2: PÁGINAS: 142 – 143	
4	09 AL 13 DE AGOSTO	ENTREGA DE LA ACTIVIDAD #2		VIERNES 13 DE AGOSTO
5	16 AL 20 DE AGOSTO	EXPLICACION DE LA ACTIVIDAD#3	ACTIVIDAD #3: PÁGINAS: 178 – 179	INFORME A PADRES DE FAMILIA
6	23 AL 27 DE AGOSTO	ENTREGA DE LA ACTIVIDAD #3		VIERNES 27 DE AGOSTO
7	30 DE AGOSTO AL 03 DE SEPTIEMBRE	EXPLICACION DE LA ACTIVIDAD#4	ACTIVIDAD #4: PÁGINAS: 180 – 181	
8	06 AL 10 DE SEPTIEMBRE	ENTREGA DE LA ACTIVIDAD #4		VIERNES 11 DE SEPTIEMBRE
9	13 AL 17 DE SEPTIEMBRE	Publicación de notas a la fecha y Llamado a padres de familia.		
10	20 AL 24 DE SEPTIEMBRE	Actividades de finalización del tercer periodo y socialización de notas definitivas subidas a GESTACOL.		
CORREO	elcira@centauros.edu.co			
TEL :	3102795527			

NOTA: TODOS LOS TRABAJOS DE TODAS LAS ASIGNATURAS DEBEN IR PERSONALIZADOS CON:

NUMERO DE LA ACTIVIDAD: ____

NOMBRE DE LA TEMATICA: ____

NOMBRE COMPLETO DEL ESTUDIANTE: ____________________**GRADO:** ______________

FECHA DE REALIZACION: ____

FECHA DE ENTREGA: ____