Docente: Carlos Eduardo Sánchez Hueza		**Área**: Matemáticas
Grado: SEPTIMO	**Sede: La Rosita**	**Fecha**: Segundo Periodo
Estándar: Utiliza números racionales, en sus distintas expresiones (fracciones, razones, decimales o porcentajes) para resolver y plantear problemas justificando procesos en contextos de medida, geométricos, numéricos, de construcción, estadísticos, digitales y de la matemática recreativa.		
DBA: Resuelve problemas que involucran números racionales positivos (fracciones, decimales o números mixtos) en diversos contextos haciendo uso de las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, división y potenciación. Predice el resultado de rotar, reflejar, trasladar una figura. Plantea y soluciona problemas del entorno usando ángulos y triángulos.		
Nombre del estudiante:		

ACTIVIDAD #1:
NÚMEROS RACIONALES
PAGINAS 40 - 41

Debes escribir en tu cuaderno la página **40,** teniendo cuidado de consignar todos los ejemplos que aparecen allí resueltos. Además, debes realizar las actividades de aprendizaje de la página **41.**

ACTIVIDAD #2:
FRACCIONES DECIMALES
PÁGINAS 44 – 45 – 46 - 47

Debes escribir en tu cuaderno las páginas **44 - 45**; analizando detenidamente su contenido. Escribe y analiza todos los ejemplos que aparecen. Además, realizar las actividades de aprendizaje de las páginas **46 - 47.**

ACTIVIDAD #3:
TEOREMA DE PITÁGORAS
PÁGINAS 132 - 133

Consigna en tu cuaderno la página **132**. Escribe los ejemplos que aparecen allí resueltos. Finalmente resuelve las actividades de aprendizaje de la página **133.**

ACTIVIDAD #4:
MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL
PÁGINAS: 190 – 191 – 192 - 193

Consigna en tu cuaderno las páginas **190 – 191- 192**. Escribe los ejemplos que aparecen allí resueltos. Finalmente resuelve las actividades de aprendizaje de la página **193.**

1 Números racionales

Saberes previos

Simplifica cada fracción hasta obtener una fracción irreducible.

$\frac{36}{24}$ $\frac{75}{100}$ $\frac{140}{210}$

Analiza

Dos buses escolares transportan, cada uno, 24 estudiantes. En el primero, $\frac{1}{4}$ de los pasajeros son niñas y en el segundo, $\frac{3}{12}$ lo son.

- ¿Qué se puede afirmar con respecto a la cantidad de niñas que se transportan en cada bus?

Conoce

1.1 Fracciones equivalentes y fracciones irreducibles

Si en cada bus se hacen grupos de tal forma que en cada grupo haya el mismo número de estudiantes del mismo género, en el primero se pueden constituir cuatro grupos con seis estudiantes, en uno de los cuales solamente habrá niñas; entretanto, en el segundo bus se pueden hacer doce grupos con dos estudiantes y en tres de ellos habrá solo niñas, para un total de seis niñas. Por consiguiente, ambos buses transportan la misma cantidad de niñas.

$$\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

Figura 2.1

Se denominan **fracciones equivalentes** aquellas fracciones que representan la misma cantidad o parte del todo. En general, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ si y solo si $a \cdot d = b \cdot c$.

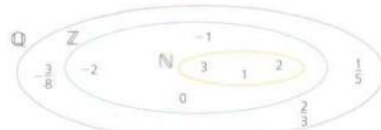
Ejemplo 1

Al simplificar la fracción $\frac{9}{27}$ se obtiene $\frac{1}{3}$, que es equivalente a la primera fracción. Es decir, $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$.

Se denominan **fracciones irreducibles** aquellas fracciones en las que el máximo común divisor entre el numerador y el denominador es 1; o, de otra forma, aquellas que están simplificadas al máximo.

1.2 El conjunto de los números racionales

El **conjunto de los números racionales** ($\mathbb{Q}$) está formado por los números de la forma $\frac{a}{b}$, en donde a y b son números enteros y b es diferente de 0. Este conjunto contiene a los números enteros que, a su vez, contiene a los naturales, tal como se muestra en la Figura 2.2.



$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

Figura 2.2

Para determinar el signo de un número racional, basta con observar los signos del numerador y del denominador: si son iguales, el racional es positivo; si no lo son, el racional es negativo.

Un número racional negativo se puede escribir de diferentes formas: $\frac{-a}{b}$, $\frac{a}{-b}$ o $-\frac{a}{b}$ con a y b enteros positivos y $b \neq 0$.

Ejemplo 2

Para hallar la fracción irreducible equivalente al número racional $\frac{-30}{45}$, se determina el máximo común divisor del numerador y del denominador.

Como m. c. d. (30, 45) = 15, entonces se deduce que $\frac{-30 \div 15}{45 \div 15} = \frac{-2}{3}$.

Así, $\frac{-2}{3}$ es la fracción buscada.

Ejemplo 3

Los números racionales $\frac{4}{5}$ y $\frac{-8}{-13} = \frac{8}{13}$ son positivos, mientras que $\frac{7}{-15}$ y $\frac{-1}{3}$ son negativos. Además, $-\frac{1}{3}$ se puede escribir como $\frac{1}{-3}$ o $\frac{-1}{3}$.

Fracción irreducible

Para hallar la fracción irreducible de un número racional negativo, se halla el máximo común divisor del valor absoluto del numerador y del valor absoluto del denominador. Se dividen el numerador y el denominador por el m. c. d. y se obtiene la fracción buscada antecedida por el signo menos.

Actividades de aprendizaje

Comunicación

1. Escribe cada expresión como un número racional.
   a. El numerador es el doble del denominador, que es 4.
   b. El denominador es el triple del numerador disminuido en 2. El numerador es el menor múltiplo de 5 diferente de 0.
   c. El numerador es cuatro veces menor que el denominador, que corresponde al resultado de $8 \cdot 2$.
   d. El denominador es la quinta parte de 25 y el numerador es el mínimo común múltiplo de 3 y 4.
   e. El numerador es el cociente de dividir 8 entre 2, y su denominador es el primer múltiplo de 6 diferente de 0.

Ejercitación

2. Escribe tres números racionales equivalentes a cada racional dado.
   a. $\frac{2}{5}$ b. $-\frac{1}{7}$ c. $\frac{2}{3}$ d. $\frac{9}{5}$ e. $-\frac{3}{2}$

3. Halla la fracción irreducible equivalente a cada número racional.
   a. $\frac{24}{48}$ b. $-\frac{18}{9}$ c. $\frac{16}{48}$ d. $\frac{3}{9}$ e. $-\frac{12}{36}$

Razonamiento

4. Clasifica cada número racional como positivo o negativo.
   a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{0}{-9}$ c. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{1}{7}$ e. $\frac{-5}{6}$

Resolución de problemas

5. Un quinto de los 125 espectadores de una película salieron satisfechos. ¿Cuántos no salieron satisfechos?

Evaluación del aprendizaje

En un hospital se atienden diariamente a doce personas de la tercera edad por cada cuatro niños. ¿Cuántas personas de la tercera edad fueron atendidas en el mes, si durante ese tiempo se atendieron a 120 niños?

Educación ambiental

En Colombia se producen anualmente 11,6 millones de toneladas de residuos sólidos, de los cuales solo se reciclan $\frac{1}{6}$. ¿Qué cantidad de residuos son reciclados?

¿Cómo crees que puedes contribuir para mejorar el manejo de residuos sólidos en tu colegio y en tu casa?

3 Fracción correspondiente a una expresión decimal

Saberes previos

Encuentra la expresión decimal de cada número.

$\frac{30}{24}$ $\frac{40}{72}$ $\frac{144}{540}$

Analiza

La cantidad 4,37 es una expresión decimal exacta.

- ¿Cuál es su fracción generatriz?

Conoce

3.1 Fracción generatriz de una expresión decimal exacta

En este caso, para encontrar la fracción generatriz, se puede proceder como sigue:

$$4{,}37 = 4{,}37 \cdot \frac{100}{100} = \frac{437}{100}$$

La fracción $\frac{437}{100}$ se llama fracción generatriz de la expresión decimal 4,37.

La **fracción generatriz de una expresión decimal exacta** tiene:

- Por numerador la parte entera seguida de la parte decimal sin la coma.
- Por denominador el número formado por 1 seguido de tantos ceros como cifras tenga la parte decimal del número.

Ejemplo 1

Para determinar la fracción generatriz de la expresión decimal exacta −5,218, se puede hacer lo siguiente: se halla la fracción generatriz de la expresión decimal exacta sin el signo, y al resultado se le antepone el signo menos

$$-5{,}218 = -\left(\frac{5\,218}{1\,000}\right) = -\frac{2\,609}{500} \quad \text{Fracción generatriz}$$

3.2 Fracción generatriz de una expresión periódica pura

Para entender la estrategia que permite determinar la fracción generatriz de una expresión periódica pura, se puede comenzar por ver lo sugerido en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2

Para calcular la fracción generatriz de la expresión decimal periódica pura $0{,}\overset{\frown}{35}$, se pueden seguir estos pasos:

1.º Se llama x al número: $x = 0{,}353535\ldots$

2.º Se multiplica por una potencia de 10 con tantos ceros como cifras tenga el periodo: $100 \cdot x = 35{,}353535\ldots$

3.º Se sustraen las dos igualdades anteriores: $99 \cdot x = 35$

4.º Se despeja x: $x = \frac{35}{99}$

Con la práctica de este procedimiento, se puede llegar a la siguiente conclusión.

La **fracción generatriz de una expresión decimal periódica pura** es la suma de la parte entera de la expresión decimal con la fracción que tiene por numerador el periodo y por denominador un número formado por tantos nueves como cifras tenga la parte decimal.

La conclusión anterior se puede resumir en el esquema que se presenta a continuación.

Cálculo de la fracción generatriz de una expresión periódica pura

$$\text{Parte entera} + \frac{\text{periodo}}{\underbrace{9...9}_{\text{Tantos nueves como cifras tenga el periodo}}}$$

Ejemplo 3

Se quiere calcular la fracción generatriz de la expresión decimal periódica pura 2,151515... Dado que el periodo es 15, entonces:

$$2{,}151515... = 2 + 0{,}1515\widehat{15}... = 2 + \frac{15}{99} = 2 + \frac{5}{33} = \frac{71}{33}$$

Luego, la fracción generatriz de 2,15 es $\frac{71}{33}$.

3.3 Fracción generatriz de una expresión periódica mixta

Antes de abordar el procedimiento para determinar la fracción generatriz de una expresión periódica mixta, podemos analizar el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4

Para hallar la fracción generatriz de la expresión decimal periódica mixta 0,2414141..., se pueden seguir estos pasos:

1.º Se llama x al número: $x = 0{,}2414141...$

2.º Se multiplica por una potencia de 10 con tantos ceros como cifras tenga el anteperíodo: $10 \cdot x = 2{,}414141...$

3.º Se multiplica por una potencia de 10 con tantos ceros como cifras tenga el periodo: $1000 \cdot x = 241{,}414141$

4.º Se sustraen las igualdades de los pasos 3 y 2: $990 \cdot x = 239$

5.º Se despeja x: $x = \frac{239}{990}$

Este procedimiento, permite llegar a obtener esta conclusión.

La **fracción generatriz de una expresión decimal periódica mixta** es la suma de la parte entera con la fracción que tiene por numerador el número formado por el anteperiodo seguido del periodo, menos el anteperiodo. Y por denominador el número formado por tantos nueves como cifras tenga el periodo, seguido de tantos ceros como cifras tenga el anteperiodo.

3 Fracción correspondiente a una expresión decimal

El procedimiento descrito anteriormente se puede resumir así:

Fracción generatriz de un número decimal periódico mixto

$$\text{Parte entera} + \frac{\text{Anteperiodo periodo} - \text{Anteperiodo}}{\underbrace{9...9}_{\text{Tantos nueves como cifras tenga el periodo.}}\ \underbrace{0...0}_{\text{Tantos ceros como cifras tenga el anteperiodo.}}}$$

Ejemplo 5

Calcula la fracción generatriz de 3,8222…

Es periódico mixto con anteperiodo 8 y periodo 2.

$$3{,}8222... = 3 + 0{,}82222... = 3 + \frac{82 - 8}{90} = 3 + \frac{74}{90} = 3 + \frac{37}{45} = \frac{172}{45}$$

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Calcula la fracción generatriz de estas expresiones decimales exactas.

a. 4,72 b. 37,5
c. 15,2 d. 0,03
e. 0,253 f. 7,585
g. 7,9 h. 0,9
i. 1,0005 j. 9,25

2 Expresa los siguientes números decimales en forma de fracción.

a. $1{,}75 = \frac{\square}{\square}$ b. $2{,}83 = \frac{\square}{\square}$ c. $4{,}25 = \frac{\square}{\square}$

d. $10{,}48 = \frac{\square}{\square}$ e. $15{,}5 = \frac{\square}{\square}$ f. $23{,}9 = \frac{\square}{\square}$

Ejercitación

3 Halla la fracción generatriz de cada número decimal.

a. −0,8 b. −0,26
c. −0,04 d. −0,125
e. −1,5 f. −3,25
g. −1,452 h. −3,001

4 Calcula la fracción generatriz de los siguientes números decimales.

a. 0,77 b. 0,04
c. 0,77… d. 0,044044044…
e. 0,1 f. 0,9
g. 0,111… h. 0,9…
i. 0,010101... j. 0,909
k. 10,11777777… l. 2,101101101…

Comunicación

5 Calcula la fracción generatriz y simplifica si es posible.

a. −21,005 b. 3,121212…
c. 2,075323232… d. −14,11777777…
e. 2,11111111… f. 0,66
g. −0,323232… h. 1,3333…
i. 2,00222… j. −0,030303…
k. 1,18 l. −0,2223131…
m. −4,01555… n. −7,02525...

Comunicación

6 Relaciona cada expresión decimal con su fracción generatriz.

a. $0,\widehat{7}$	( ) $-\frac{23}{11}$
b. $0,\widehat{45}$	( ) $\frac{40}{33}$
c. $3,\widehat{3}$	( ) $-\frac{13}{9}$
d. $-1,\widehat{4}$	( ) $\frac{10}{3}$
e. $-2,\widehat{09}$	( ) $\frac{7}{9}$
f. $1,\widehat{21}$	( ) $\frac{5}{11}$
g. $1,\widehat{6}$	( ) $\frac{19}{9}$
h. $0,\widehat{27}$	( ) $\frac{25}{90}$
i. $2,\widehat{1}$	( ) $\frac{15}{9}$

7 Indica si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F).

a. La fracción generatriz de $3,8\widehat{2}$ es $\frac{172}{45}$. ( )

b. $\frac{254}{1\,125}$ es la fracción generatriz de $0,22\widehat{57}$. ( )

c. El número $0,0\widehat{4}$ tiene por fracción generatriz $\frac{44}{990}$. ( )

d. La fracción generatriz de $4,\widehat{6}$ es $\frac{1\,541}{330}$. ( )

e. $\frac{545}{30}$ es la fracción generatriz de $18,1\widehat{6}$. ( )

8 Completa.

a. $2,5 = \frac{25}{\square}$ b. $0,2525\ldots = \frac{25}{\square}$

c. $0,001222\ldots = \frac{\square}{\square}$ d. $3,303131\ldots = \frac{\square}{\square}$

9 ¿Qué número es mayor 0,25 o $0,\widehat{25}$? Razona la respuesta.

10 Expresa con fracciones la diferencia que hay entre $\widehat{1,7}$ y 1,7.

11 Realiza $7,2 \div 11$ y expresa el resultado con una fracción.

Modelación

12 Expresa con una fracción el resultado de la operación $\frac{4}{9} - 0,0111\ldots$

13 Escribe la fracción que genera un número decimal cuya parte entera es nula, el anteperiodo son dos ceros y el periodo de dicho número es 15.

14 Un listón de madera mide 155,38 cm. Expresa su medida en forma de fracción.

Evaluación del aprendizaje

Observa la Figura 2.5.

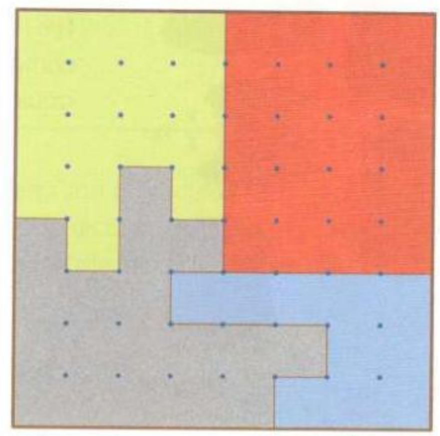


Figura 2.5

Copia la Tabla 2.1. Luego, complétala con estas cantidades, según corresponda.

0,28125 $\frac{9}{32}$

0,3125 $\frac{5}{16}$

0,15625 $\frac{1}{4}$

0,25 $\frac{5}{32}$

Color	Verde	Gris	Rojo	Azul
Expresión decimal				
Fracción				

Tabla 2.1

4 Teorema de Pitágoras

Saberes previos

Construye en tu cuaderno un triángulo cuyos lados midan: 6 cm, 8 cm y 10 cm. Luego, con el transportador calcula, lo más exacto posible, la medida de los ángulos.

Clasifica el triángulo que construiste según la longitud de sus lados y la medida de sus ángulos.

Analiza

Andrés tiene un telescopio con el que observa aves en el bosque. Este solo le permite visualizarlas claramente hasta 50 m.

- Si Andrés se encuentra a 25 m de un árbol y el ave que quiere ver se encuentra en su nido a una altura de 35 m, ¿puede verla en detalle con su telescopio?

Conoce

Para saber si el telescopio de Andrés le deja ver con precisión el ave, es necesario hallar la distancia que lo separa de ella. La Figura 4.66 muestra que, en este caso, se debe hallar la medida de la diagonal de un rectángulo o, lo que es equivalente, la hipotenusa de un triángulo rectángulo.

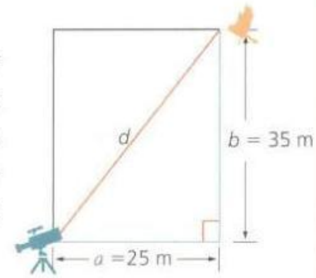


Figura 4.66

Cuando se conocen las medidas de dos lados de un **triángulo rectángulo**, se puede calcular la medida del lado que falta empleando el **teorema de Pitágoras**.

En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida de la hipotenusa h es equivalente a la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos a y b (Figura 4.67). Esto es $h^2 = a^2 + b^2$

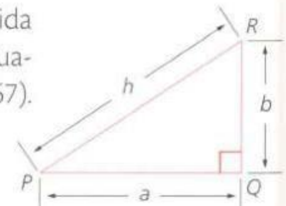


Figura 4.67

Ejemplo 1

Aplica el teorema de Pitágoras para calcular la longitud de la diagonal d de la Figura 4.66, y determina si es posible que Andrés vea en detalle el ave con su telescopio.

$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d^2 = (25\text{ m})^2 + (35\text{ m})^2$$

$$d^2 = 625\text{ m}^2 + 1\,225\text{ m}^2$$

$$d^2 = 1\,850\text{ m}^2$$

$$d = \sqrt{1850\text{ m}^2} \approx 43{,}01\text{ m}$$

Como $43{,}01\text{ m} < 50\text{ m}$, el telescopio le permite ver a Andrés el ave con detalle.

Ejemplo 2

Una escalera de 73 dm de longitud está apoyada sobre la pared, como muestra la Figura 4.68. El pie de la escalera dista 55 dm de la pared. Para saber a qué altura sobre el piso se apoya la parte superior de la escalera en la pared, se usa el teorema de Pitágoras.

$(73\text{ dm})^2 = a^2 + (55\text{ dm})^2$, esta ecuación se puede expresar como:

$$a^2 = (73\text{ dm})^2 - (55\text{ dm})^2$$

$$a^2 = 5\,329\text{ dm}^2 - 3\,025\text{ dm}^2$$

$$a = \sqrt{2\,304\text{ dm}^2} \Rightarrow a = 48\text{ dm}$$

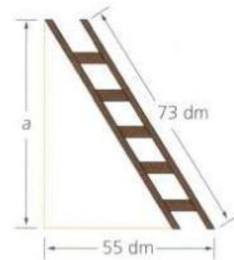


Figura 4.68

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Ejemplo 3

A cierta hora del día, un árbol de 12 m de altura proyecta una sombra de 16 m, como se ve en la Figura 4.69.

Si se supone que el árbol es totalmente vertical, entonces forma con el suelo un ángulo de 90°. Luego, la distancia entre la copa del árbol y su sombra en el suelo sería la hipotenusa del triángulo rectángulo que se forma.

Aplicando el teorema de Pitágoras se obtiene:

$x^2 = (16\text{ m})^2 + (12\text{ m})^2$

$x^2 = 400\text{ m}^2$

$x = \sqrt{400\text{ m}^2} \Rightarrow x = 20\text{ m}$

Entonces, la distancia desde la sombra de la copa en el suelo hasta la copa del árbol es 20 m.

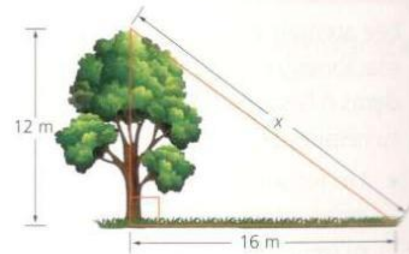


Figura 4.69

Actividades de aprendizaje

Razonamiento

1. Calcula la diagonal de un cuadrado cuyo lado tiene cada una de las siguientes medidas en centímetros.
   a. 4 b. 7 c. 13
2. Halla la medida del lado de un cuadrado cuya diagonal es de 14 cm.
3. Calcula la longitud del lado desconocido.
   a.

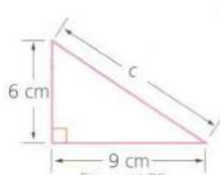


Figura 4.70

   b.

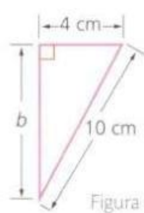


Figura 4.71

4. Calcula el radio de una circunferencia en la que está inscrito un cuadrado cuyo lado mide lo siguiente en decímetros.
   a. 3 b. 9 c. 4
5. En la Figura 4.72 los triángulos $\triangle OAB$, $\triangle OBC$, $\triangle OCD$ y $\triangle ODE$ son todos isósceles y rectángulos.

   Calcula la longitud de la hipotenusa $\overline{OE}$.

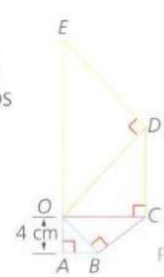


Figura 4.72

Resolución de problemas

6. Halla la medida x en la Figura 4.73.

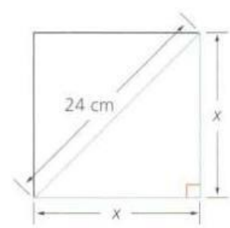


Figura 4.73

7. Una persona está situada a 15 m de la base de un edificio. La distancia que hay de la persona al piso más alto es 25 m. ¿Cuál es la altura del edificio?

Evaluación del aprendizaje

Para una actividad escolar, a Fernanda le encargaron confeccionar doce banderas de Jamaica con las dimensiones que se muestran en la Figura 4.74.

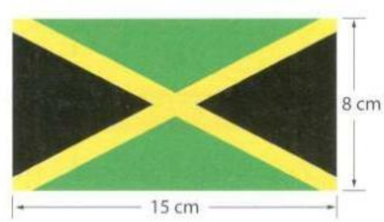


Figura 4.74

a. ¿Cuál es el área de la bandera?

b. ¿Cuál es la longitud de las franjas amarillas?

4 Medidas de tendencia central

Saberes previos

En uno de los periódicos del país se publicó la siguiente nota: "No podemos contentarnos con un pobre Internet. En Colombia, a pesar de los notables avances en la penetración de este servicio, la velocidad está lejos de alcanzar siquiera la media internacional..."

- ¿Qué significa o como se interpreta la palabra media en este contexto?

Analiza

Julián hizo un recorrido diario durante su preparación para participar en una carrera. Él registró la distancia que recorrió durante una semana en la Tabla 6.16.

Días	Distancia (km)
Lunes	11,4
Martes	12,1
Miércoles	12,5
Jueves	10,8
Viernes	11,3
Sábado	12,4
Domingo	11,5

- Si la distancia promedio de la semana anterior fue de 12,3 km, ¿se puede afirmar que esta semana obtuvo un mejor promedio?

Conoce

4.1 Media aritmética

Para determinar el promedio de la distancia recorrida por Julián durante la semana, se suman las distancias y el resultado se divide entre el número de días.

$$\frac{11{,}4 + 12{,}1 + 12{,}5 + 10{,}8 + 11{,}3 + 12{,}4 + 11{,}5}{7} = \frac{82}{7} = 11{,}71 \text{ km}$$

Al comparar el promedio de la distancia recorrida por Julián la semana anterior con el obtenido esta semana, se puede concluir que su promedio bajó, pues $11{,}71 < 12{,}3$.

La **media aritmética** o **promedio** de un conjunto de datos es el cociente entre la suma de todos los datos y el número total de estos.

Ejemplo 1

A continuación se presentan los datos correspondientes al tiempo (en horas) que un grupo de estudiantes dedica a navegar en internet.

3	5	5	5	8	5	7
4	5	7	4	8	5	7
5	5	5	4	6	6	6
5	5	7	5	6	5	5
3	6	4	6	5	4	3

Los datos anteriores se registraron de manera ordenada en la Tabla 6.17 para hacer más fácil el cálculo del promedio.

Tiempo en horas	Frecuencia absoluta	Dato · frecuencia
3	3	$3 \cdot 3 = 9$
4	5	$4 \cdot 5 = 20$
5	15	$5 \cdot 15 = 75$
6	6	$6 \cdot 6 = 36$
7	4	$7 \cdot 4 = 28$
8	2	$8 \cdot 2 = 16$
Total	35	184

Tabla 6.17

La primera columna, muestra el tiempo semanal en horas que dedican a navegar en Internet; la segunda columna indica la frecuencia absoluta de cada tiempo, y en la tercera se calcula el producto de cada tiempo por su frecuencia.

Por tanto, en promedio los estudiantes navegan por internet $\frac{184}{35} = 5{,}26$ horas semanales.

Ejemplo 2

Si se sabe que la media aritmética de los datos 10, 13, 8, x y 1 es 8, es posible determinar el valor de x a partir del siguiente procedimiento.

$$\frac{10 + 13 + 8 + x + 1}{5} = 8$$

$$\frac{32 + x}{5} = 8$$

$$32 + x = 8 \cdot 5$$

$$x = 40 - 32$$

$$x = 8$$

En conclusión, el valor de x que permite que el promedio entre los números dados sea 8 es el número 8.

Ejemplo 3

En un concurso se asigna un puntaje a un ejercicio de salto y otro al tiempo de ejecución, dándole una importancia de siete al primero y de tres al segundo. Clara obtuvo 9 en salto y 6 en tiempo de ejecución. ¿Cuál fue su puntuación final?

$$\frac{9 \cdot 7 + 6 \cdot 3}{7 + 3} = \frac{81}{10} = 8{,}1$$

La puntuación de Clara fue 8,1.

4.2 Moda

En un estudio estadístico, el dato con mayor frecuencia absoluta se denomina **moda** del grupo de datos.

Ejemplo 4

Una empresa de transporte terrestre selecciona los sitios de Boyacá con mayor demanda de pasajes. Para cada uno registró el número de pasajes vendidos durante una semana. (Tabla 6.18)

Ciudad	Número de pasajes
Chiquinquirá	516
Duitama	750
Sogamoso	682
Paipa	650
Villa de Leyva	676
Valle de Tenza	704

Tabla 6.18

A partir de la información se puede afirmar que la moda de los datos es Duitama (por tener la mayor frecuencia).

Ejemplo 5

A partir del estudio de los pasajes vendidos durante una semana, la empresa de transporte quiso averiguar la cantidad de pasajes vendidos cierto periodo de tiempo para llegar a esa ciudad. En el diagrama de barras de la Figura 6.9 se representa la información obtenida.

Figura 6.9

El dato con mayor frecuencia es el mes de mayo. La moda del conjunto de datos es mayo que corresponde a la barra con mayor altura. Esto significa que mayo es el mes de mayor venta de pasajes para Duitama.

4.3 Mediana

El valor central de un grupo ordenado de datos se denomina **mediana**. La mediana divide los datos en dos partes porcentualmente iguales y en algunos casos no es el valor de ninguno de los datos dados

Para hallar la mediana se elabora una lista ordenada de los datos y se establece la posición de cada uno.

Si la lista tiene un número impar de datos, la mediana corresponde al dato que ocupa la posición central.

Cuando la lista tiene un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los dos datos que ocupan las posiciones centrales.

Ejemplo 6

Para hallar la mediana del siguiente grupo de datos:

15, 18, 19, 15, 13, 18, 19, 19, 15, 14, 13, 17,

se ordenan los datos de menor a mayor. Como el grupo tiene un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los datos centrales.

$$\underbrace{13, 13, 14, 15, 15, \; 15, 17, \; 18, 18, 19, 19, 19}_{\text{datos centrales}}$$

$$\text{Promedio} = \frac{15 + 17}{2} = 16$$

La mediana del grupo de datos es 16.

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Razonamiento

1 Halla la media aritmética en los casos que sea posible hacerlo. En el conjunto que no se pueda calcular, explica la razón.

a. Azul, rojo, rojo, verde, azul, rojo, rojo

b. 1 000, 1 000, 1 000, 1 500, 1 000, 1 500, 1 000, 1 000

c. 5, 6, 7, 8, 4, 5, 6, 7, 6

d. Masculino, femenino, femenino, femenino

2 Halla la media aritmética de los siguientes conjuntos de datos.

a. 2, 1, 4, 6, 3

b. 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5

c. 7, 8, 4, 3, 6, 7

d. 6, 5, 4, 3, 7, 6, 5, 4, 3, 0, 7, 5

Ejercitación

3 A partir de una encuesta a los estudiantes de séptimo grado sobre la zona de la ciudad en la cual viven, se obtuvieron los datos de la siguiente gráfica:

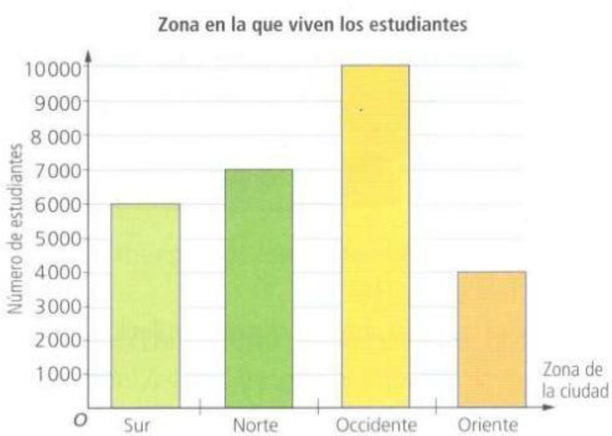


Figura 6.10

a. ¿Cuál es la variable que se está estudiando en este caso?

b. ¿Qué tipo de variable es?

c. ¿Cuál es el dato con mayor frecuencia?

d. ¿Cuál es el dato que se presenta con menor frecuencia?

e. ¿Cuál es la moda del conjunto de datos?

Comunicación

4 El psicólogo de un colegio hizo un sondeo entre los estudiantes de un curso para determinar la cantidad de tiempo del día que utilizan en actividades de ocio y esparcimiento.

En minutos						
30	40	50	45	30	30	60
30	45	55	70	45	120	

Tabla 6.19

a. ¿Cuál es el objetivo del estudio?

b. ¿A cuántos estudiantes se les preguntó?

c. ¿Cuál es el promedio de tiempo que los estudiantes tienen para realizar las actividades de esparcimiento?

d. ¿Cuál es la mediana de los tiempos de ocio?

Evaluación del aprendizaje

Realiza una encuesta a tus compañeros de salón para poder dar respuesta a las siguientes preguntas. Después determina la media, la moda y la mediana de los datos obtenidos.

a. ¿Cuál es la estatura promedio de los estudiantes de tu curso?

b. ¿Cuál es la edad promedio de los estudiantes de tu curso?

c. ¿Cuál es el tiempo promedio que los estudiantes de tu curso dedican para practicar deporte semanalmente?

d. ¿Qué tiempo promedio dedican los estudiantes a navegar por internet semanalmente?

Educación ambiental

Utiliza la información de la tabla para determinar la cantidad de basura promedio que diariamente se produce en un salón. ¿Cómo se puede contribuir para reducir dicha cantidad?

Día	L	M	M	J	V
Cantidad de basura (g)	2 650	2 890	2 560	2 950	3 200