	ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO	FR-1540-GD01	
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CENTAUROS	Vigencia: 2014	
	PLANEACION PRIMER PERIODO	Documento controlado **PERIODO : 1**	

Docente: **ELCIRA RIVERA GRANADA**		Área: **MATEMATICAS**
Grado: **ONCE**	**Sede:** **LA ROSITA JM**	Fecha: ENERO - 25 - 2021
ESTANDAR: Comprendo e interpreto la representación de números reales en la recta numérica, a través de la solución de problemas de la vida cotidiana.		
DBA: Interpreta operaciones básicas como: como suma, resta multiplicación y división de números reales **(R)**. Además aplica de forma acertada sus propiedades.		

Albert Einstein (1879-1955) Nació el 14 de marzo de 1879, en Ulm (Alemania). Murió el 18 de abril de 1955, en Princeton (Estados Unidos de América). **Albert Einstein** es quizá el científico mundialmente más conocido por el desarrollo de la Teoría de la Relatividad que revolucionó la ciencia conocida hasta el siglo XX.

ACTIVIDAD # 1:

PÁGINAS: 18 – 19

INTERVALOS Y ENTORNOS

Simplemente escribes en tu cuaderno las páginas **18 y 19**, teniendo muy presente, escribir los ejemplos que allí aparecen resueltos, utilizando implementos de geometría y mucho color para una mejor visualización.

ACTIVIDAD # 2:

PÁGINAS: 20 - 21

INTERVALOS ABIERTOS Y CERRADOS

Consigna en tu cuaderno las páginas **20 y 21**, teniendo muy presente de escribir los ejemplos (6) y (7) y resolver la actividad de aprendizaje de las páginas **20 y 21.**

ACTIVIDAD # 3:

PÁGINAS: 22 - 23

INECUACIONES Y VALOR ABSOLUTO

Consigna en tu cuaderno las páginas **22 y 23**, teniendo muy presente de escribir todos los ejemplos que allí aparecen resueltos**.**

ACTIVIDAD # 4:

PÁGINAS: 24 - 25

INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Consigna en tu cuaderno las páginas **24 y 25**, teniendo muy presente de escribir los ejemplos (6) y (7) y (8). además, resuelve la actividad de aprendizaje de la página (25) únicamente los puntos (1) y (2) con sus literales: **a; b; c: d; e y f.**

NOTA: Resuelve y envía a mi WhatsApp 3102795527.

4 Intervalos y entornos

Saberes previos

¿Cuántos números haya entre -5 y 5? ¿Qué desigualdad representa a esos números?

Analiza

Aquiles quiere alcanzar una tortuga que corre 10 veces más lento que él. ¿Podrá lograrlo?

Nombre del intervalo	Notación de intervalos
Abierto	(a, b)
Abierto a la izquierda y cerrado a la derecha	$(a, b]$
Cerrado a la izquierda y abierto a la derecha	$[a, b)$
Cerrado	$[a, b]$
Infinito abierto a la izquierda	$(a, +\infty)$
Infinito cerrado a la izquierda	$[a, +\infty)$
Infinito abierto a la derecha	$(-\infty, b)$
Infinito cerrado a la derecha	$(-\infty, b]$
Infinito	$(-\infty, +\infty)$

Tabla 1.4

Conoce

4.1 Intervalos

En la llamada Paradoja de Aquiles y la tortuga, se cuenta que Aquiles, un veloz corredor, decide competir en una carrera contra una tortuga. Convencido de su triunfo, Aquiles –ubicado en un punto *A*– le da una ventaja inicial al animal –ubicado en un punto *B*.

En poco tiempo, Aquiles llega al punto *B*, pero en ese momento se da cuenta de que la tortuga ya no está ahí, sino que ha avanzado un poco, hacia un punto *C*.

Cuando el corredor llega al punto *C*, la tortuga habrá nuevamente avanzado una pequeñísima longitud hasta un punto *D*, y así sucesivamente, infinitas veces.

Se conoce como **intervalo** al conjunto de números reales que va de un número a otro o que están comprendidos entre otros dos dados: *a* y *b*, o **extremos del intervalo**.

La clasificación de los intervalos aparece en la Tabla 1.3. En cada caso *a* y *b* son números reales. La tabla 1.4 muestra el nombre de cada uno de estos intervalos.

Determinación por conjuntos	Notación de intervalos	Representación gráfica	Interpretación
$\{x/a < x < b\}$	(a, b)	a b	Todos los números entre *a* y *b*.
$\{x/a < x \leq b\}$	$(a, b]$	a b	Todos los números entre *a* y *b*, incluyendo *b*.
$\{x/a \leq x < b\}$	$[a, b)$	a b	Todos los números entre *a* y *b*, incluyendo *a*.
$\{x/a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	a b	Todos los números entre *a* y *b*, incluyendo *a* y *b*.
$\{x/x > a\}$	$(a, +\infty)$	a	Todos los números mayores que *a*.
$\{x/x \geq a\}$	$[a, +\infty)$	a	Todos los números mayores o iguales que *a*.
$\{x/x < b\}$	$(-\infty, b)$	b	Todos los números menores que *b*.
$\{x/x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	b	Todos los números menores o iguales que *b*.
$\mathbb{R}$	$(-\infty, +\infty)$		Todos los números reales.

Tabla 1.3

Ejemplo 1

Para representar un intervalo sobre la recta numérica, debe interpretarse a cuál subconjunto de la recta real corresponde. Así, $\{x/\ 2 < x \leq 5\}$ corresponde al intervalo $(2, 5]$, cuya representación se muestra en la Figura 1.11.

Figura 1.11

Ejemplo 2

Para participar en una prueba atlética, los competidores deben tener edades desde los 14 hasta los 18 años. Todos los jóvenes cuya edad se encuentre en ese intervalo pueden participar.

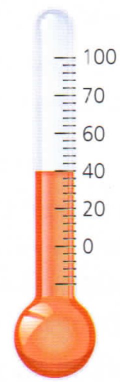
Figura 1.12

En este caso las edades pertenecen al intervalo cerrado $[14, 18]$.

Ejemplo 3

Se conoce como intervalo fundamental de temperatura, al comprendido entre la temperatura de fusión del hielo y la del vapor de agua hirviendo a la presión de 760 mm de mercurio; estas temperaturas constituyen los puntos fijos. En la escala Celsius esas temperaturas son 0° C y 100° C, respectivamente.

Así, el intervalo fundamental en esa escala es el intervalo $(0, 100)$.



Ejemplo 4

Sean $A = [-3, 4]$ y $B = [-1, 7]$ se pueden efectuar todas las operaciones establecidas para los conjuntos. En la Figura 1.13 se representan los intervalos A y B; luego se realizan algunas operaciones con ellos.

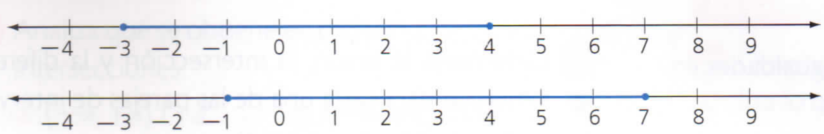


Figura 1.13

$A \cap B = [-1, 4]$ $\quad A \cup B = [-3, 7]$ $\quad A - B = [-3, -1)$

$B - A = (4, 7]$ $\quad A^c = (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$ $\quad B^c = (-\infty, -1) \cup (7, +\infty)$

4.2 Entornos

Se llama **entorno abierto** de centro a y radio r, y se denota por $E(a, r)$, al intervalo abierto $(a - r, a + r)$. Así, $E(a, r) = (a - r, a + r)$.

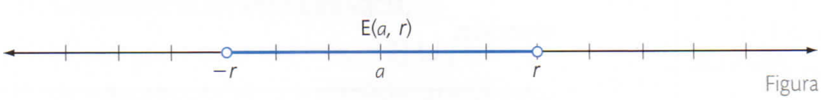


Figura 1.14

Ejemplo 5

Para representar el entorno $E(3, 4)$, se hallan los dos extremos del intervalo a partir del centro del entorno, así: $3 - 4 = -1$ y $3 + 4 = 7$.

Por tanto, $E(3, 4) = (-1, 7)$, como muestra la Figura 1.15.

Figura 1.15

4 Intervalos y entornos

Se llama **entorno cerrado** de centro a y radio r, y se denota por $E[a, r]$, al intervalo cerrado $[a - r, a + r]$. Así, $E[a, r] = [a - r, a + r]$.

Ejemplo 6

La Figura 1.16 muestra el entorno $E\left[\frac{1}{2}, \frac{7}{2}\right]$.

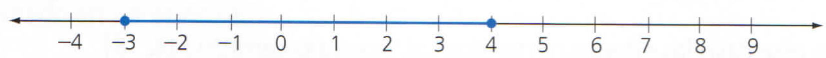


Figura 1.16

Un **entorno reducido** alrededor de a y radio r es un intervalo abierto al que no pertenece a: $Er^*(a, r) = \{x$ pertenece al intervalo $(a - r, a + r), x \neq a\}$.

Ejemplo 7

El entorno reducido $Er^*(3, 4)$ solamente tiene un punto menos que el entorno abierto $E(3, 4)$ como se observa en la Figura 1.17.

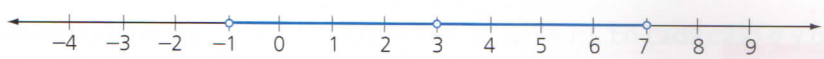


Figura 1.17

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Escribe cada una de las siguientes desigualdades en su notación de intervalo.

a. $4 \leq x < 9$ b. $4 \geq x > -3$ c. $x < 6$

d. $x > -9$ e. $x < 0$ f. $x > 6$

2 Determina cada representación de la Figura 1.18 como conjunto y escribe su notación como intervalo.

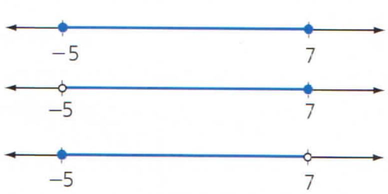


Figura 1.18

3 Representa cada conjunto en la recta real.

a. $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$ b. $(-\infty, 3] \cap [1, +\infty)$

4 Escribe con notación de intervalos la representación de la Figura 1.19.

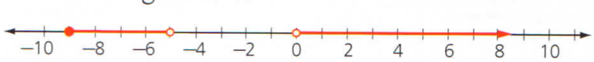


Figura 1.19

5 Determina la unión, la intersección y la diferencia simétrica para cada una de las parejas de intervalos.

a. $A = [2, 5]$ y $B = [-1, 3)$

b. $A = (2, 5)$ y $B = (-1, 3)$

c. $A = [2, 5)$ y $B = [-1, 3]$

d. $A = (2, 5]$ y $B = (-1, 3]$

Comunicación

6 El intervalo $\left(-\frac{5}{2}, 3\right]$ representado en la Figura 1.20 corresponde al resultado de alguna de las operaciones que se presentan abajo. Decide cuál y explica tu elección.

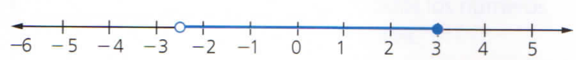


Figura 1.20

a. La intersección de $(-\infty, 3]$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

b. La unión de $(-\infty, 3)$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

c. La intersección de $(-\infty, 3)$ y $\left(-\frac{5}{2}, +\infty\right)$

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

7 Representa en la recta real de la Figura 1.21 la intersección de los intervalos $[1, 5]$ y $(2, 6)$. Escribe el intervalo que obtuviste e interprétalo mediante una desigualdad.

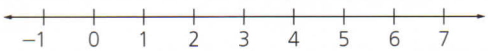


Figura 1.21

8 Escribe cinco números que se encuentren en cada una de las siguientes intersecciones.

a. $(0, 1) \cap \mathbb{Q}$

b. $(\sqrt{2}, +\infty) \cap \mathbb{I}$

c. $(0, 1) \cap \mathbb{Z}$

d. $(\sqrt{2}, +\infty) \cap \mathbb{N}$

Razonamiento

9 Califica como verdadera o falsa cada afirmación.

a. Los intervalos $[a, b]$ y (a, b) son iguales.

b. El conjunto de los números reales se puede representar como un intervalo abierto.

c. $[a, b] \cap (a, b) = (a, b)$

d. $[a, b] - (a, b) = \varnothing$

10 Analiza qué se obtiene en cada una de las siguientes intersecciones:

a. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{Z}$

b. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{Q}$

c. $(-\infty, +\infty) \cap \mathbb{I}$

d. $(-\infty, +\infty) \cap \varnothing$

11 Escribe dos intervalos que cumplan la condición que se enuncia en cada caso.

a. Su intersección es vacía.

b. Su intersección es un único punto.

c. Su unión es el conjunto de todos los números reales.

d. Su diferencia simétrica es vacía.

e. Su complemento es $(-\infty, -2) \cup [3, +\infty)$.

f. Su intersección es uno de los dos intervalos.

12 Halla dos entornos que cumplan las condiciones que se mencionan en cada caso:

a. Abiertos y cuya intersección sea vacía.

b. Cerrados y cuya unión sea el entorno $[0, 3]$.

c. Reducidos con el mismo centro, pero uno con un radio que sea el doble que el del otro.

13 Observa la Figura 1.22.

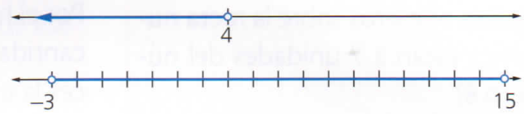


Figura 1.22

a. Escribe en notación de intervalo cada representación.

b. Escribe una operación entre los intervalos de la figura de modo que el resultado sea $(-3, 4)$.

c. Determina la intersección de los complementos de los intervalos representados.

Resolución de problemas

14 El intervalo *QT* es la medida del tiempo entre el comienzo de una onda y el final de otra en un electrocardiograma (ECG). El valor normal del intervalo *QT* está entre 0,30 y 0,44 segundos.

a. Escribe en notación de intervalo los valores de un *QT* normal.

b. ¿Cuánto tiempo dura la onda de un *QT* normal?

Evaluación del aprendizaje

i Observa la representación de la Figura 1.23 y realiza lo que se indica en cada caso.

Figura 1.23

a. Nombra como conjuntos los intervalos de la figura.

b. Escribe cada conjunto en notación de intervalo.

c. Clasifica cada uno de los intervalos que nombraste en el literal a.

d. Interpreta mediante desigualdades cada uno de los intervalos que determinaste.

e. Escribe una operación cuyo resultado sean los puntos de la gráfica que tienen doble rayado.

ii Analiza y responde la pregunta en cada enunciado.

a. Si el centro de un entorno abierto es 3 y su radio es 0, ¿cuántos puntos tiene ese entorno? Explica tu respuesta.

b. Si el centro de un entorno reducido es 3 y su radio es 0, ¿cuántos puntos tiene ese entorno? Explica tu respuesta.

5 Inecuaciones y valor absoluto

Saberes previos

¿Cuáles números sobre la recta numérica están a 7 unidades del número 8?

Analiza

Una persona que toma un taxi debe pagar \$ 2 000 por el arranque de la carrera y \$ 0,8 por cada metro recorrido.

- Si la persona tiene \$ 12 000, escribe la expresión que muestre cuántos metros puede avanzar como máximo en su recorrido, con ese dinero.

Conoce

Por el hecho de subirse al taxi, la persona debe pagar \$ 2 000, y si se llama x a la cantidad máxima de metros que puede avanzar con el dinero que tiene, entonces la expresión buscada es $2\,000 + 0{,}8x \leq 12\,000$. Esta expresión es una desigualdad que contiene una incógnita y recibe el nombre de **inecuación lineal**.

5.1 Inecuaciones lineales

Una desigualdad que tiene por lo menos una incógnita con exponente 1 recibe el nombre de **inecuación lineal.**

Cuando se plantea una inecuación lineal puede ocurrir que uno, ninguno o varios valores satisfacen la desigualdad. Encontrar dichos valores consiste en resolver la inecuación y para ello, se aplican las propiedades de las desigualdades y los procesos algebraicos empleados en el despeje de ecuaciones.

Ejemplo 1

Para saber cuántos metros puede avanzar como máximo la persona de la situación inicial, se debe resolver la inecuación $2\,000 + 0{,}8x \leq 12\,000$ así:

$2\,000 - 2\,000 + 0{,}8x \leq 12\,000 - 2\,000$ ← Se resta 2 000 a ambos lados de la inecuación.

$0{,}8x \leq 10\,000$ ← Se reducen términos semejantes.

$x \leq 12\,500$ ← Se dividen ambos lados de la inecuación entre 0,8.

Por tanto, la persona puede avanzar máximo 12 500 m, que son 12,5 km, con el dinero que tiene. La solución se puede escribir $(-\infty; 12{,}5]$; en este problema, no tiene sentido hablar de distancias negativas, así que la solución real es $[0; 12{,}5]$.

5.2 Inecuaciones cuadráticas

Una **inecuación cuadrática** es de la forma: $ax^2 + bx + c < 0$, u otra expresión de la forma anterior, que incluya alguno de los otros símbolos de desigualdad.

Ejemplo 2

Para resolver la inecuación $x^2 - x - 20 > 0$, se aplican los siguientes pasos:

1. Se iguala el polinomio cuadrático $x^2 - x - 20$ a cero y se obtienen las raíces de la ecuación de segundo grado usando la fórmula cuadrática.

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4(1)(-20)}}{2(1)} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 80}}{2} = \frac{1 \pm 9}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 5 \\ x_2 = -4 \end{cases}$$

2. Se representan esos valores en la recta real, se toma un punto de cada uno de los tres intervalos en los que queda dividida la recta y se evalúa el polinomio $x^2 - x - 20$ con estos. La solución S está compuesta por los intervalos (o el intervalo) que definen los resultados de la evaluación que satisfacen la desigualdad. En este caso, la solución es: $S = (-\infty, -4) \cup (5, +\infty)$.

Figura 1.24

5.3 Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número real representa la distancia que hay de ese número a cero. El valor absoluto de a, se denota $|a|$.

Ejemplo 3

La distancia de -4 y de 4 a cero es la misma, así que $|-4| = |4| = 4$, como se observa en la Figura 1.25.

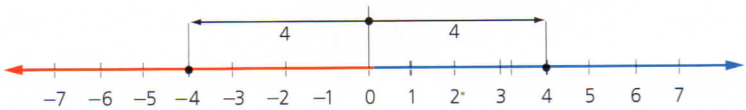


Figura 1.25

5.4 Propiedades del valor absoluto

El valor absoluto cumple las siguientes **propiedades** para a y b números reales.

1. $|a| \geq 0$ **2.** $|a| = 0$ si y solo si $a = 0$ **3.** $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

4. $|a + b| \leq |a| + |b|$ **5.** $|-a| = |a|$ **6.** $|a - b| = 0$ si y solo si $a = b$

7. $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$ si $b \neq 0$ **8.** $|x|^2 = x^2$

9. Para k, un número real positivo, $|x| < k$ si y solo si $-k < x < k$.

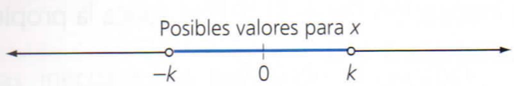


Figura 1.26

10. Para k, un número real positivo, $|x| > k$ si y solo si $x > k$ o $x < -k$.

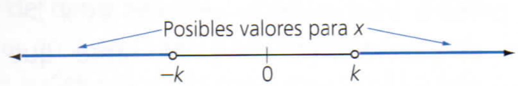


Figura 1.27

Ejemplo 4

Si $a = -4$ y $b = 6$, se verifican las siguientes propiedades:

3. $|(-4) \cdot (6)| = |-4| \cdot |6| = 4 \cdot 6 = 24$

4. $|-4 + 6| < |-4| + |6|$ ya que $2 < 4 + 6$

5. $|-4| = |4|$ y $|-6| = |6|$

7. $\left|\dfrac{-4}{6}\right| = \dfrac{|-4|}{|6|} = \dfrac{4}{6}$

8. $|-4|^2 = 4^2$ y $|6|^2 = 6^2$

Ejemplo 5

Existen inecuaciones con valor absoluto como $|x - 4| > 12$ y para saber cuáles valores de x la satisfacen se aplica la propiedad 10, ya que $12 > 0$. Con dicha propiedad se obtiene que $x - 4 > 12$ o $x - 4 < -12$. De donde $x > 16$ o $x < -8$.

5.5 Inecuaciones con valor absoluto

Para resolver una **inecuación con valor absoluto**, se deben aplicar las propiedades del valor absoluto, de manera conveniente.

Ejemplo 6

La inecuación $|x - 3| < 4$ se resuelve al aplicar la propiedad 9 del valor absoluto, ya que $4 > 0$. Con base en ella, $-4 < x - 3 < 4$ y para resolverla se adiciona 3 a cada miembro de la inecuación:

$-4 + 3 < x - 3 + 3 < 4 + 3$, de lo cual $-1 < x < 7$.

Así, la solución de la inecuación $|x - 3| < 4$ es el intervalo abierto $(-1, 7)$.

Figura 1.28

Si se toma el punto $x = 8$, que no está en el intervalo de la solución, se tiene $|8 - 3| = 5$ que no es menor que 4, mientras que para $x = 0$ se cumple que $|0 - 3| < 4$, por hacer parte de la solución, como se ve en la Figura 1.28.

Con base en lo anterior, si se toma cualquier valor en el intervalo solución, la inecuación se cumple mientras que para un valor fuera de este, no se satisface.

Ejemplo 7

Para resolver la inecuación $|3x + 5| > 8$ se aplica la propiedad 10 del valor absoluto, en cuanto que $8 > 0$.

De ello se tiene que: $3x + 5 > 8$ o $3x + 5 < -8$.

Al resolver la primera inecuación la solución es $x > 1$, es decir, cualquier valor en el intervalo $(1, +\infty)$; en tanto que la solución de $3x + 5 < -8$ es $x < -\frac{13}{3}$ o sea el intervalo $\left(-\infty, -\frac{13}{3}\right)$.

Con esto, la solución de la inecuación $|3x + 5| > 8$ es

$S = \left(-\infty, -\frac{13}{3}\right) \cup (1, +\infty)$.

La "o" que se usa en la propiedad 10, indica la unión de dos conjuntos.

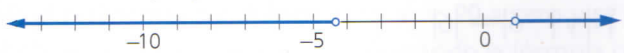


Figura 1.29

Ejemplo 8

La solución de la inecuación $|3x + 5| \geq 8$ incluye los valores extremos que no fueron incluidos en la inecuación del Ejemplo 7.

Así, la solución de $|3x + 5| \geq 8$ es el conjunto $S = \left(-\infty, -\frac{13}{3}\right] \cup [1, +\infty)$, ya que los valores extremos satisfacen la inecuación.

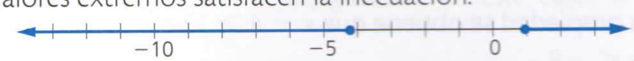


Figura 1.30

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1. Resuelve cada inecuación lineal. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $3x < 8$ b. $9x + 3 > 12$
c. $4x - 2 < -2$ d. $-6x > 12$
e. $-4x - 6 > -5$ f. $2x + 8 > 10$

2. Resuelve cada inecuación cuadrática. Expresa la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $x^2 - 6x + 8 \geq 0$ b. $x^2 - 2x + 1 < 0$
c. $x^2 - 6x + 8 > 0$ d. $x^2 + 4x + 3 \leq 0$
e. $x^2 - 8x + 7 < 0$ f. $6x^2 - 3x - 3 > 0$

3. Resuelve las siguientes inecuaciones con valor absoluto. Escribe la solución como intervalo y represéntala en un gráfico.

a. $|-3x + 4| < -1$ b. $|-x + 5| > -2$
c. $\left|\frac{x^2 - 1}{2}\right| \geqslant 1$ d. $-\left|-\frac{6}{5}x - 1\right| \leqslant 2$

4. Resuelve las inecuaciones realizando el procedimiento descrito: Primero, se hallan las raíces del numerador y del denominador. Luego, se representan estos valores en la recta real y se continúa el proceso como en las inecuaciones cuadráticas, evaluando las raíces en la expresión del lado izquierdo de cada inecuación.

a. $\frac{3x + 1}{4x - 2} < 0$ b. $\frac{3x + 1}{4x - 2} \geq 0$
c. $\frac{x^2 + 1}{x^2 + 2} \geq 0$ d. $\frac{|4x + 5|}{x - 3} < 0$

Resolución de problemas

5. Interpreta y resuelve la inecuación que resulta de cada enunciado. Luego expresa la solución como un intervalo.

a. Tres veces un número x, restado de 18 es menor que -90.

b. Doce veces un número x restado de 34 es mayor que 8.

6. El cabello de Helena mide 4 cm de largo y crece a razón de 1,5 cm por mes. Helena quiere que su cabello crezca al menos 7 cm. ¿Cuántos meses debe esperar para que eso ocurra?

7. Una banda musical realizó una gira por tres ciudades, y logró reunir al menos 120 000 espectadores. En la primera ciudad la banda tuvo una audiencia de 45 000 y de 33 000 en la segunda. ¿Cuántas personas asistieron al concierto en la tercera ciudad?

Evaluación del aprendizaje

i. Halla el conjunto solución de cada inecuación.

a. $x - 3 < 8$ b. $3x + 5 \geqslant 11$
c. $3x^2 - 2x - 8 \leq 0$ d. $4x^2 + 7x - 2 < 0$
e. $|6x + 9| > 15$ f. $|3x| > 21$

ii. Una camioneta pesa 890 kg. La diferencia entre el peso de la camioneta vacía y el peso de la carga que transporta debe ser por lo menos de 410 kg. Si la camioneta debe cargar cuatro cajas iguales, ¿cuánto puede pesar, como máximo, cada una para que las pueda transportar?

Educación para la sexualidad y la ciudadanía

De las personas que hacen pública su orientación sexual diversa, el 80% han percibido el rechazo de su entorno social y por lo menos el 70% han llegado a ser agredidas.

- ¿Qué significa la expresión "por lo menos el 70% han llegado a ser agredidas?