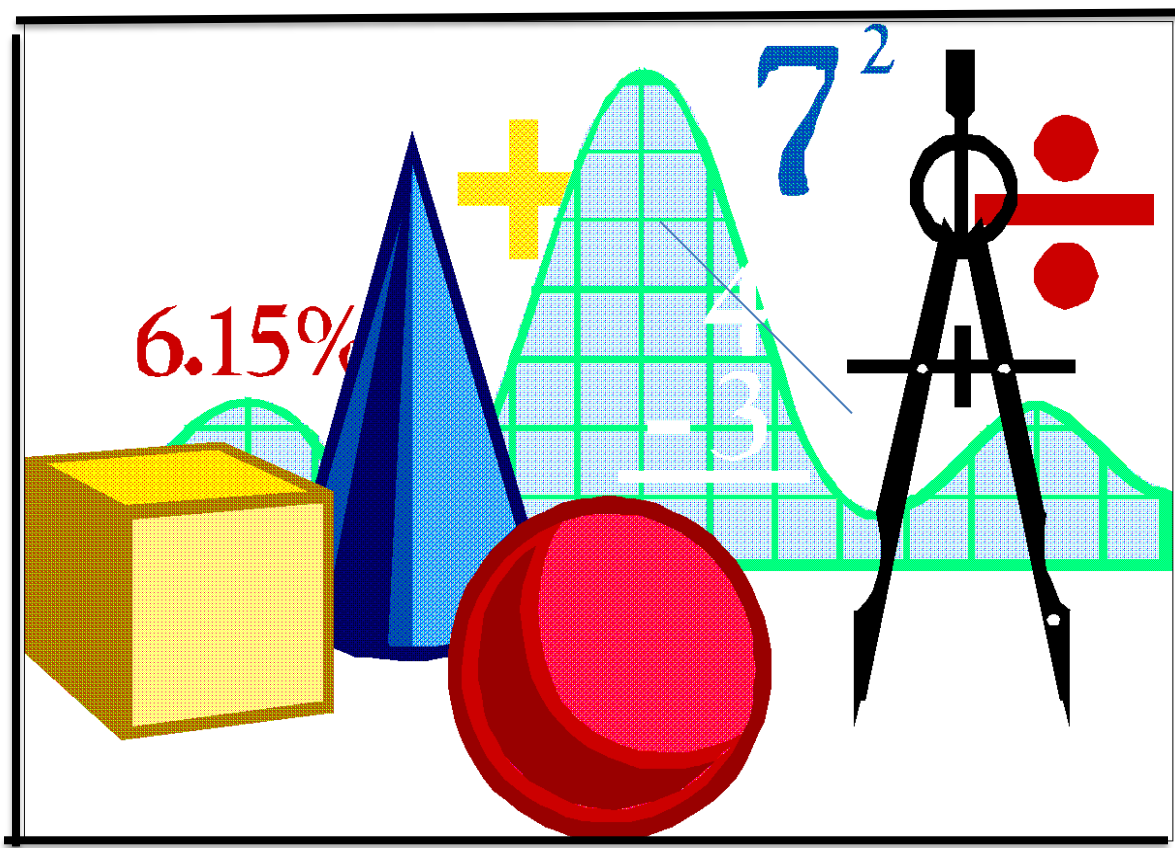


	ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO	FR-1540-GD01	
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CENTAUROS	Vigencia: 2014	
	PLANEACION PRIMER PERIODO	Documento controlado	
		PERIODO:1	

Docente: ELCIRA RIVERA GRANADA		Área: MATEMATICAS
Grado: OCTAVO - DOS	Sede: LA ROSITA JM	Fecha: ENERO – 25 -2021
ESTANDAR: Comprendo e interpreto la representación de números reales en la recta numérica, a través de la solución de problemas de la vida cotidiana.		
DBA: Interpreta operaciones básicas como: como suma, resta multiplicación y división de números reales (R) . Además aplica de forma acertada sus propiedades.		



“No es la especie más fuerte la que sobrevive, ni la más inteligente, sino la más receptiva al cambio”.

Charles Darwin

ACTIVIDAD #1: NUMEROS RACIONALES

PÁGINAS: 10 Y 11

Simplemente escribes en tu cuaderno las páginas **10 y 11**, teniendo cuidado de consignar todos los ejercicios que aparecen allí resueltos. Además, debes realizar la actividad de aprendizaje de la página **11**.

ACTIVIDAD #2:

EXPRESION DECIMAL DE UN NUMERO RACIONAL

PÁGINAS: 12 Y 13

Consigna las páginas **12 y 13**; analizando detenidamente su contenido y teniendo cuidado de escribir todos los ejercicios que aparecen allí resueltos.

ACTIVIDAD #3:

NUMEROS RACIONALES EN LA RECTA NUMERICA

PÁGINAS: 16 Y 17

Consigna en tu cuaderno toda la página **16**, Además, resuelve la actividad de aprendizaje de la página **17**.

ACTIVIDAD #4:

APROXIMACION DE NUMEROS REALES

PÁGINAS: 22 Y 23

Consigna en tu cuaderno los ejemplos resueltos de la página **22** y resuelve el taller de aprendizaje que aparece planteado en la página **23** como ejercitación de los saberes propuestos en esta actividad.

1

Números racionales

Saberes previos

Simplifica hasta obtener una fracción irreducible.

$$\begin{array}{ll} \bullet \frac{56}{70} & \bullet \frac{24}{60} \\ \bullet \frac{72}{120} & \bullet \frac{80}{320} \end{array}$$

Analiza

La Figura 1.1 está dividida en regiones con cuatro colores diferentes.

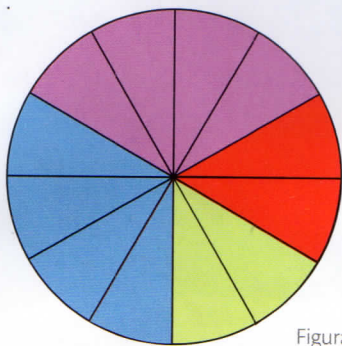


Figura 1.1

- ¿Cuáles colores ocupan la misma superficie en el círculo?

Al amplificar o simplificar una fracción se obtiene otra equivalente, porque se está multiplicando o dividiendo, respectivamente, por la unidad, por ejemplo:

$$\begin{array}{c} \text{Unidad} \\ \downarrow \\ \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{4}{6} \\ \uparrow \qquad \uparrow \\ \text{Fracciones equivalentes} \end{array}$$

Conoce

El círculo está dividido en doce regiones iguales, que están sombreadas con colores diferentes así:

- El color morado ocupa cuatro regiones de la unidad.
- El color azul ocupa cuatro regiones de la unidad.
- El color rojo ocupa dos regiones de la unidad.
- El color verde ocupa dos regiones de la unidad.

Por lo tanto, las regiones de color azul y morado ocupan la mayor cantidad de regiones del círculo, cuatro cada color. Las regiones de color rojo y verde ocupan la menor cantidad de regiones, dos cada color.

1.1 Fracciones equivalentes

Al considerar el círculo de la Figura 1.1 como una unidad, se puede establecer que cada color ocupa una fracción de ella. Una representación posible es:

La región morada ocupa $\frac{1}{3}$ de la unidad; la región azul ocupa $\frac{2}{6}$ de la unidad; la región amarilla ocupa $\frac{1}{6}$ de la unidad; y la región verde ocupa $\frac{2}{12}$ de la unidad.

Además, se pueden establecer las siguientes comparaciones:

- Las regiones morada y azul ocupan la misma parte de la unidad. Por lo tanto, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ y se afirma que las fracciones son equivalentes.
- Las regiones verde y amarilla ocupan la misma parte de la unidad. Por lo tanto, $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ y se afirma que las fracciones son equivalentes.

Las **fracciones equivalentes** son aquellas fracciones que representan la misma parte de una unidad.

Dada una fracción, se pueden obtener fracciones equivalentes a ella, ya sea por **amplificación** o por **simplificación**.

- Se amplifica una fracción cuando se multiplica tanto el numerador como el denominador por un mismo número distinto de cero.
- Se simplifica una fracción cuando se divide tanto el numerador como el denominador por un mismo número distinto de cero.

Ejemplo 1

Se pueden obtener fracciones equivalentes a $\frac{15}{60}$ de dos maneras:

$$\text{Amplificación: } \frac{15}{60} \xrightarrow{\times 2} \frac{30}{120} \xrightarrow{\times 3} \frac{90}{360}$$

$$\text{Simplificación: } \frac{15}{60} \xrightarrow{\div 3} \frac{5}{20} \xrightarrow{\div 4} \frac{1}{4}$$

1.2 Números racionales

Un **número racional** es el conjunto de todas las fracciones equivalentes a una dada. Se toma como representante de este número la fracción irreducible, es decir aquella que está simplificada al máximo.

El **conjunto de los números racionales** ($\mathbb{Q}$) es el conjunto de números que se pueden escribir de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros con $b \neq 0$.

Ejemplo 2

Estos son ejemplos de números racionales: $3, \frac{6}{13}, -12, \frac{8}{5}, 2, 0, -\frac{4}{7}$.

1.3 Orden en los números racionales

Dados dos números racionales $\frac{a}{b}$ y $\frac{c}{d}$, se puede establecer una de estas relaciones:

$$\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$$

Para comparar números racionales, se buscan fracciones equivalentes a las dadas que tengan el mismo denominador. Luego, se comparan los numeradores.

Ejemplo 3

Para comparar $-\frac{3}{5}$ y $-\frac{7}{10}$, se buscan fracciones equivalentes a ellas con el mismo denominador. Estas son: $-\frac{6}{10}$ y $-\frac{7}{10}$. Como $-6 > -7$, entonces $-\frac{6}{10} > -\frac{7}{10}$. Por lo tanto, $-\frac{3}{5} > -\frac{7}{10}$.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 Encuentra cuatro fracciones equivalentes en cada caso.
- | | | |
|---------------------|--------------------|--------------------|
| a. $\frac{7}{5}$ | b. $\frac{49}{35}$ | c. $\frac{30}{45}$ |
| d. $-\frac{16}{20}$ | e. $-\frac{9}{5}$ | f. $-\frac{1}{4}$ |

Comunicación

- 2 Explica qué diferencias hay entre números enteros y números racionales. Después, responde.
- ¿Todos los enteros son racionales?
 - ¿Todos los números racionales son enteros?
 - ¿Cuál es la relación entre los conjuntos $\mathbb{Z}$ y $\mathbb{Q}$?
 - ¿Cuál es la relación entre los conjuntos $\mathbb{N}$ y $\mathbb{Q}$?

Razonamiento

- 3 Escribe $>$, $<$ o $=$, según corresponda.
- | | |
|---|--|
| a. -2 <input type="text"/> $\frac{3}{5}$ | b. $\frac{5}{9}$ <input type="text"/> $-\frac{4}{9}$ |
| c. $\frac{5}{4}$ <input type="text"/> $\frac{4}{7}$ | d. $\frac{7}{-6}$ <input type="text"/> $\frac{6}{5}$ |

Evaluación del aprendizaje

- ✓ Escribe el número racional que representa cada conjunto de fracciones equivalentes.
- $\left\{ \frac{5}{4}, \frac{10}{8}, \frac{15}{12}, \frac{20}{16}, \frac{35}{28}, \frac{50}{40} \right\}$
 - $\left\{ -\frac{9}{27}, -\frac{6}{18}, -\frac{3}{9}, -\frac{2}{6}, -\frac{1}{3} \right\}$

2

Expresión decimal de un número racional

Saberes previos

Halla los cocientes de cada división.

- $5 \div 10$ • $5 \div 100$
- $5 \div 1000$ • $5 \div 10000$

¿Qué sucede con los cocientes al aumentar el número de ceros? Enuncia una propiedad a partir de los resultados.

Analiza

Un padre reparte 90 m^2 de tierra entre sus tres hijos. Al mayor le da del terreno total y la parte restante la divide de manera equitativa entre los otros dos hijos.

- ¿Cuántos metros cuadrados de tierra le corresponde a cada uno?

Conoce

Para saber cuántos metros cuadrados le corresponden a cada hijo, primero se halla la cuarta parte del área del terreno; es decir, $90 \div 4$. El cociente de esta división es 22,5.

Como se repartió $\frac{1}{4}$ de la superficie, quedan $\frac{3}{4}$ del terreno por repartir. Esto es: $\frac{3}{4}$ de 90 es $\frac{270}{4} = 270 \div 4 = 67,5 \text{ m}^2$. Ahora, se divide entre 2 este resultado para determinar qué área le corresponde a cada uno de los otros dos hijos.

Así, $67,5 \text{ m}^2 \div 2 = 33,75 \text{ m}^2$.

En conclusión, al hijo mayor le corresponden $22,5 \text{ m}^2$ y a cada uno de los otros dos hijos le corresponden $33,75 \text{ m}^2$.

Los números 22,5 y 33,75 son las **expresiones decimales** de los números racionales $\frac{90}{4}$ y $\frac{270}{4}$, respectivamente.

2.1 Expresión decimal de un número racional

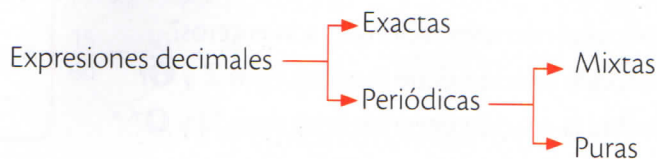
La **expresión decimal** equivale a la división del numerador entre el denominador de una fracción.

De acuerdo con la estructura de las cifras decimales, la expresión decimal de un número racional puede ser **exacta**, **periódica pura** o **periódica mixta**.

Expresión decimal	Características	Ejemplo
Exacta	Tiene un número finito de cifras decimales. Equivale a una fracción decimal, es decir, una con denominador 10 o una potencia de 10.	$\frac{9}{2} = 4,5$
Periódica pura	Su parte decimal está formada por un grupo de cifras que se repite indefinidamente. Ese grupo se llama periodo.	$\frac{10}{3} = 3,33... = 3,\overline{3}$
Periódica mixta	Su parte decimal está formada por un grupo de cifras que no se repite y un grupo de cifras que se repite indefinidamente. El grupo que no se repite se llama anteperiodo.	$\frac{25}{6} = 4,166... = 4,1\overline{6}$

Tabla 1.1

La clasificación de las expresiones decimales de los números racionales se puede resumir de la siguiente manera:



Ejemplo 1

Al calcular la expresión decimal de los números $-\frac{5}{4}$, $\frac{7}{3}$, $\frac{9}{5}$, $-\frac{19}{6}$, $\frac{50}{3}$ y $\frac{17}{6}$ se encuentra lo siguiente:

$$-\frac{5}{4} = -1,25 \quad \frac{7}{3} = 2,333... \quad \frac{17}{6} = 2,8333...$$

$$\frac{9}{5} = 1,8 \quad -\frac{19}{6} = -3,166... \quad \frac{50}{3} = 16,66...$$

De lo anterior se deduce que estas expresiones decimales son:

Exacta Parte decimal $-\frac{5}{4} = -1,25$ Parte entera	Periódica pura Periodo $\frac{7}{3} = 2,\overline{3}$ Parte entera	Periódica mixta Periodo $\frac{17}{6} = 2,\overline{83}$ Parte entera Anteperiodo
Exacta Parte decimal $\frac{9}{5} = 1,8$ Parte entera	Periódica mixta Periodo $-\frac{19}{6} = -3,\overline{16}$ Parte entera Anteperiodo	Periódica pura Periodo $\frac{50}{3} = 16,\overline{6}$ Parte entera

2.2 Fracción generatriz de un número racional

Todo decimal exacto, periódico puro y periódico mixto tiene una representación fraccionaria llamada **fracción generatriz**.

- La **fracción generatriz de una expresión decimal exacta** es aquella cuyo numerador es igual a la parte entera seguida por la parte decimal (sin la coma) y el denominador es una potencia de 10 con tantos ceros como cifras decimales tiene el número.

Ejemplo 2

La fracción generatriz de 4,3567 se puede conseguir así:

$$4,3567 = 4,3567 \cdot \frac{10000}{10000} = \frac{43567}{10000}$$

- La **fracción generatriz de una expresión decimal periódica pura** con parte entera nula tiene por numerador el periodo y por denominador el número formado por tantos nueves como cifras tenga el periodo. Si el número tiene parte entera distinta de cero, se calcula la fracción generatriz de la parte decimal y después se le suma la parte entera.

Ejemplo 3

La expresión decimal 13,735735735735... es periódica pura y su periodo tiene tres cifras. Para encontrar su fracción generatriz, se puede proceder así:

$$13 + \frac{735}{999} = \frac{4574}{333}$$

Tantos nueves como cifras tenga el periodo

3

Números racionales en la recta numérica

Saberes previos

Escribe las características de la recta numérica y representa los siguientes números en ella -3 , -1 , 0 , 4 , 6 , 10 .

Analiza

En un tornillo, se llama *paso* a la distancia entre dos filamentos consecutivos. En el tornillo de rosca sencilla de la Figura 1.4, el paso mide $\frac{1}{4}$ dm.

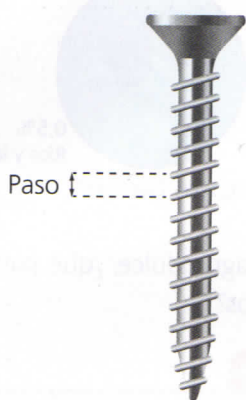


Figura 1.4

- Si por cada vuelta que se le da al tornillo su avance es igual a un paso, ¿cuántas vueltas se necesitan para que el tornillo se enrosque totalmente?, ¿qué distancia alcanza a enroscarse el tornillo en cuatro vueltas?

Conoce

El tornillo tiene 16 pasos; por lo tanto, necesita 16 vueltas para quedar completamente enroscado.

La representación gráfica de la distancia que se enrosca el tornillo en cada vuelta se observa en la recta numérica de la Figura 1.5. En esta, se divide la unidad (1 dm) en cuatro partes iguales y se señala una por cada vuelta que da el tornillo.

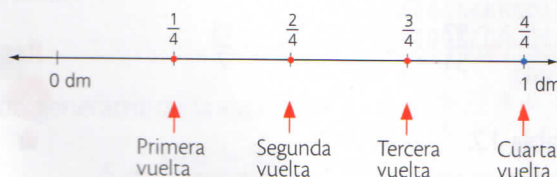


Figura 1.5

En la cuarta vuelta, el tornillo se ha enroscado 1 dm.

Para **representar un racional en la recta numérica**, se dividen las unidades en tantas partes como indica el denominador y se toman tantas como indica el numerador.

Ejemplo 1

Para representar el número racional $-2,7$ en la recta numérica, primero se ubican los números enteros entre los cuales se encuentra el número dado; es decir, -3 y -2 . Luego, para ubicar las décimas se divide la unidad en diez partes iguales y se cuentan siete de estas partes comenzando en el -2 . Observa la Figura 1.6.

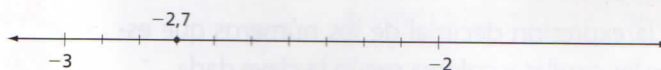


Figura 1.6

No siempre es fácil dividir la unidad en tantas partes iguales como indica el denominador; por eso, en ocasiones, la representación de un racional utiliza el **teorema de Tales**.

Ejemplo 2

El procedimiento para representar gráficamente el racional $\frac{4}{5}$ es el siguiente:

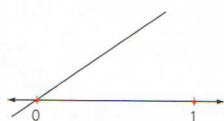


Figura 1.7

Se ubica en la recta el cero y la unidad. Luego, se traza una recta que pase por el cero como se muestra en la Figura 1.7.

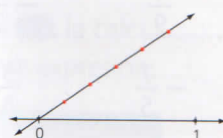


Figura 1.8

Sobre esta recta se identifica un segmento base. La medida de este segmento se debe replicar tantas veces como lo indique el denominador, como se ve en la Figura 1.8.

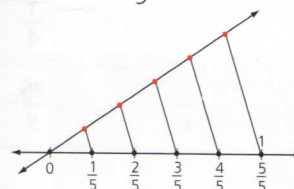


Figura 1.9

Se une el punto final con el 1 y se trazan paralelas a este segmento por los puntos que tienen la medida del segmento base. Observa la Figura 1.9.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 Utiliza el teorema de Tales para representar gráficamente los racionales $\frac{4}{5}$ y $\frac{2}{3}$ en la recta numérica.

Razonamiento

- 2 La fracción $\frac{6}{5}$ es una fracción impropia y se puede expresar como un entero y una fracción propia, $1 \frac{1}{5}$, o como una fracción mixta, es decir, $1 \frac{1}{5}$. Expresa los siguientes racionales en forma de entero y fracción propia y grafica en la recta numérica.

- a. $\frac{7}{5}$ b. $\frac{6}{4}$ c. $\frac{8}{7}$
d. $\frac{10}{3}$ e. $\frac{8}{6}$ f. $\frac{5}{2}$

Ejercitación

- 3 Representa gráficamente en la recta numérica los siguientes racionales, escritos en forma decimal.

- a. 1,5 b. 1,2 c. $0,\widehat{3}$ d. $1,\widehat{25}$ e. -2,5

- 4 Escribe en forma decimal y fraccionaria los siguientes porcentajes.

- a. 35% b. 80% c. 50% d. 100% e. 10%

- 5 Representa gráficamente en la recta numérica los siguientes porcentajes.

- a. 20% b. 75% c. 50% d. 100% e. 10%

- 6 Representa en la recta numérica los racionales representados en las siguientes figuras.

a.



Figura 1.10

b.



Figura 1.11

c.

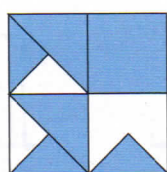


Figura 1.12

- 7 Indica el número racional que representan los puntos indicados en cada figura.

a.

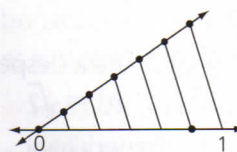


Figura 1.13

b.

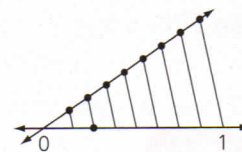


Figura 1.14

c.

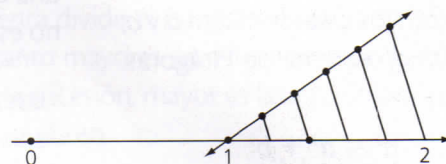


Figura 1.15

d.

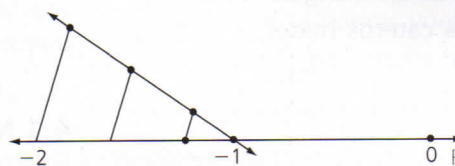


Figura 1.16

Evaluación del aprendizaje

- ✓ Representa en la recta numérica cada grupo de números y establece el orden entre ellos.

- a. -1; 2,5; 1,33; 6,7

- b. $\frac{4}{2}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{10}{3}$

- c. 0,725; $\frac{5}{2}$; -2,34; 1,45; $\frac{4}{3}$

Estilos de vida saludable

Los valores normales de cortisol en la sangre son de 5 g/dL a 25 g/dL.

- Averigua cómo influye el cortisol en el bienestar emocional y qué significa que la concentración en la sangre sea de 23,5 g/dL. ¿Qué tipo de número es esta expresión?

5.2 Aproximación de números reales

Las expresiones decimales se pueden aproximar ya sea por truncamiento o por redondeo.

Al **aproximar por truncamiento** un número real, se eliminan las cifras decimales que están a la derecha de la unidad a la que se va trincar.

Ejemplo 5

Las aproximaciones de los números reales $8,1893456$; $\sqrt{2}$; $-3,878787\dots$ y π , a partir del método de truncamiento por la unidad, la décima y la centésima, se presentan en la Tabla 1.5.

Número	Truncamiento		
	Por la unidad	Por la décima	Por la centésima
$8,1893456$	8	8,1	8,18
$\sqrt{2} = 1,41421\dots$	1	1,4	1,41
$-3,878787\dots$	-3	-3,8	-3,87
$\pi = 3,141592\dots$	3	3,1	3,14

Tabla 1.5

Aproximar por redondeo consiste en cortar las cifras decimales a partir de una cifra determinada. Si la cifra decimal siguiente al corte es menor o igual que 5 (0, 1, 2, 3, 4, 5), la cifra se mantiene igual. Si la cifra decimal siguiente al corte es mayor que 5 (6, 7, 8, 9), la cifra en la que se hace el corte aumenta en 1.

Ejemplo 6

Las aproximaciones por redondeo a la unidad, la décima y la centésima de los números reales $8,1893456$; $\sqrt{2}$; $-3,878787\dots$ y π , se presentan en la Tabla 1.6.

Número	Truncamiento		
	A la unidad	A la décima	A la centésima
$8,1893456$	8	8,2	8,19
$\sqrt{2} = 1,41421\dots$	1	1,4	1,41
$23,878787\dots$	-4	-3,9	-3,88
$\pi = 3,141592\dots$	3	3,1	3,14

Tabla 1.6

5.3 Aproximaciones por defecto y por exceso

La **aproximación por defecto** consiste trincar un número acercándolo a la cifra decimal inferior más cercana.

La **aproximación por exceso** consiste en trincar un número acercándolo a la cifra decimal superior más cercana.

Ejemplo 7

Al aproximar el número $1,235714286$ a dos cifras decimales por exceso y por defecto, se obtiene:

$$1,23 < 1,235714286 < 1,24$$

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

- 1 Encierra los conjuntos a los que pertenece cada número de la Tabla 1.7.

a.	$\frac{3}{5}$	N	Z	Q	I	R
b.	$-\sqrt{3}$	N	Z	Q	I	R
c.	$\frac{6}{1}$	N	Z	Q	I	R
d.	-9	N	Z	Q	I	R
e.	$-\frac{4}{4}$	N	Z	Q	I	R
f.	$\sqrt{2}$	N	Z	Q	I	R
g.	$-5,124$	N	Z	Q	I	R
h.	4	N	Z	Q	I	R
i.	π	N	Z	Q	I	R

Tabla 1.7

- 2 Trunca por la décima los siguientes números.

- a. $-\varphi$ b. -1,23456 c. $\frac{9}{5}$
d. 4,678 e. $-\sqrt[3]{5}$ f. 105

- 3 Expresa en forma decimal los siguientes números.

- Después, determina su orden de menor a mayor.

$\sqrt{3}$	$\frac{1}{5}$	$-\frac{2}{3}$	$1 + \varphi$
-2	$\sqrt[3]{9}$	$\frac{11}{4}$	2,64573

Razonamiento

- 4 Emplea los signos $<$, $>$ o $=$, según corresponda.

- a. 3 $\frac{17}{2}$ b. 2 $\sqrt{3}$
c. 4 $\frac{12}{3}$ d. π $\frac{7}{2}$
e. $-\frac{\pi}{2}$ $-\frac{2\pi}{4}$ f. $-\sqrt{7}$ $-\sqrt{10}$

- 5 Halla los valores de x y y necesarios para que se cumpla la siguiente relación.

$$\sqrt{13} < \frac{x}{y} < \sqrt{14}$$

Evaluación del aprendizaje

- i La profesora les pide a sus estudiantes que escriban una lista de cuatro números reales que no sean naturales ni irracionales. Analiza las respuestas de Ruth y Martín. ¿En qué se equivocó cada uno?, ¿por qué?

Ruth:

$\frac{5}{2}$	$\sqrt{2}$
-0,25	$\frac{56}{5}$

Martín:

$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{5}$
4,31	$\sqrt{16}$

- ii En algunos *software* que manejan tablas dinámicas, se puede programar la cantidad de números decimales que se necesiten y con diferentes métodos de aproximación. Las notas de un estudiante en un periodo académico son: 3,578; 4,2; 0,999; 1,589 y 4,49. El profesor las ingresa en una tabla dinámica para sacar su promedio; cada columna tiene diferente cantidad de decimales y su aproximación se hace por redondeo.

	Aproximación				
	Sin aprox.	0 dec.	1 dec.	2 dec.	3 dec.
Nota 1	3,578	4	3,6	3,58	3,578
Nota 2	4,2	4	4,2	4,20	4,200
Nota 3	0,999	1	1,0	1,00	0,999
Nota 4	1,589	2	1,6	1,59	1,589
Nota 5	4,49	4	4,5	4,49	4,490
Promedio					

Tabla 1.8

- a. ¿Cuál es el promedio para cada columna? ¿Se obtiene el mismo promedio para cada una?
b. Si la materia se pasa con 3,0, ¿con cuántas cifras decimales le conviene al estudiante que se calcule el promedio para pasar?