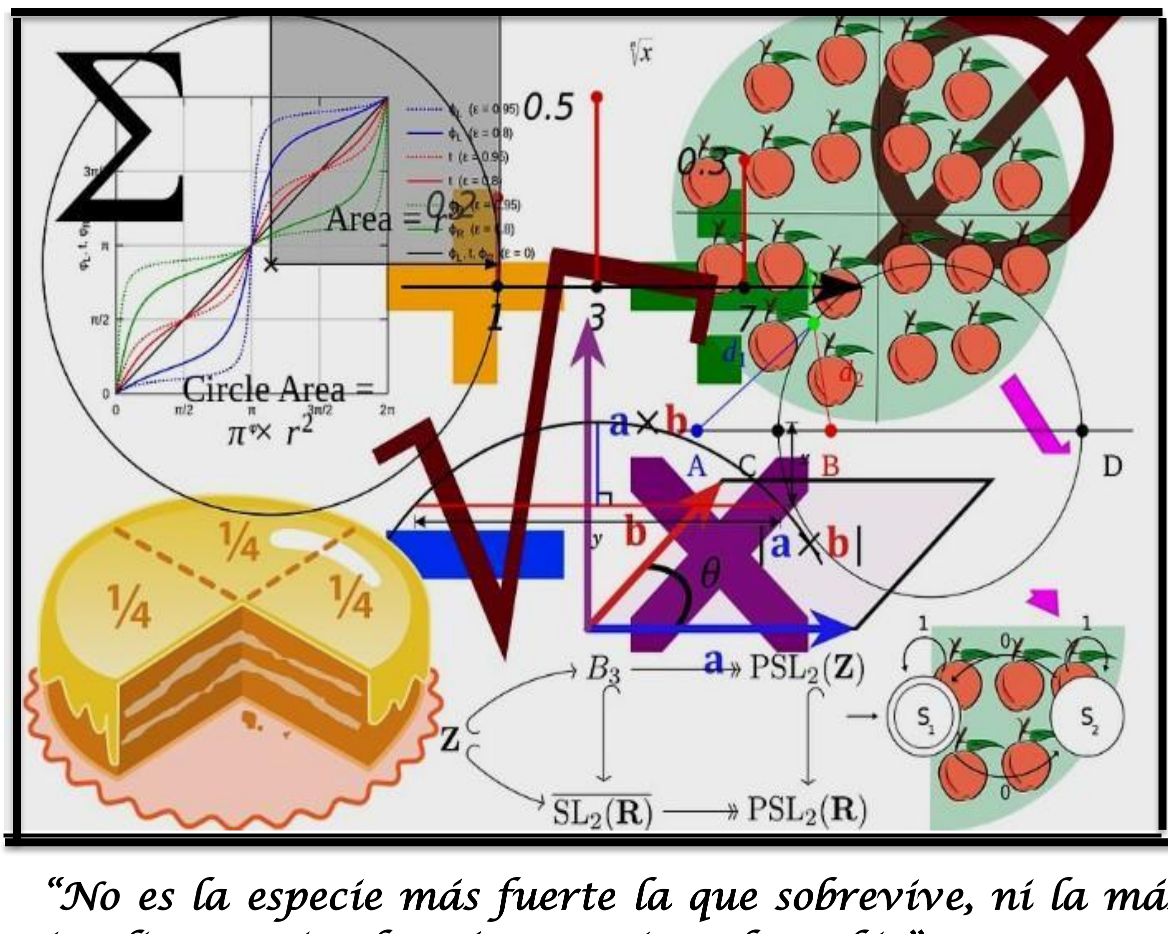
	ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO	FR-1540-GD01	
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CENTAUROS	Vigencia: 2014	
	PLANEACION PRIMER PERIODO	Documento controlado	
		PERIODO:1	

Docente: **ELCIRA RIVERA GRANADA**		Área: **MATEMATICAS**
Grado: NOVENO	Sede: **LA ROSITA JM**	**Fecha: ENERO - 25 - 2021**
ESTANDAR: Comprendo e interpreto la representación de números reales en la recta numérica, a través de la solución de problemas de la vida cotidiana.		
DBA: Interpreta operaciones básicas como: suma, resta multiplicación y división de números reales (R). Además, aplica de forma acertada sus propiedades.		



"No es la especie más fuerte la que sobrevive, ni la más inteligente, sino la más receptiva al cambio".

Charles Darwin

ACTIVIDAD #1: NUMEROS RACIONALES Y NUMEROS IRRACIONALES

PÁGINAS: 10 Y 11

Simplemente escribes en tu cuaderno las páginas **10 y 11,** teniendo cuidado de consignar en tu cuaderno todos los ejercicios que aparecen allí resueltos. Además, resolver la actividad de aprendizaje de la página **11.**

ACTIVIDAD #2:

NUMEROS REALES (R)

PÁGINAS: 12 Y 13

Consigna la página **12 y 13**; analizando detenidamente sus propiedades y escribiendo todos los ejercicios que aparecen allí resueltos. Además, resuelva la actividad de aprendizaje de la página **13.**

ACTIVIDAD #3:

LA RECTA REAL

PÁGINAS: 14 Y 15

Consigna en tu cuaderno las páginas **14 Y 15,** teniendo cuidado de escribir y analizar los ejercicios que aparecen allí resueltos.

ACTIVIDAD #4:

INTERVALOS, SEMIRECTAS Y ENTORNOS

PÁGINAS: 16 Y 17

Consigna las páginas **16 y 17**; analizando detenidamente sus propiedades y escribiendo todos los ejercicios que aparecen allí resueltos. Además, resuelva la actividad de aprendizaje de la página **17.**

1 Números racionales y números irracionales

Saberes previos

Escribe ejemplos de situaciones cotidianas en los que utilices números naturales, números enteros y números decimales.

Analiza

Cada una de las seis caras del cubo de Rubik está compuesta por nueve cuadrados con los colores blanco, amarillo, rojo, azul, naranja y verde (Figura 1.1).

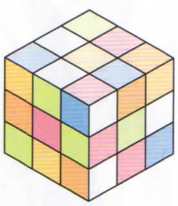


Figura 1.1

- La solución del rompecabezas consiste en que, al final, los cuadrados de cada cara sean del mismo color. ¿Qué parte del total representan los cuadrados que forman cada cara del cubo solucionado?

Conoce

1.1 El conjunto de los números racionales

Como el cubo consta de seis caras, y cada cara contiene nueve cuadrados, en total el cubo tiene $6 \cdot 9 = 54$ cuadrados.

De acuerdo con lo anterior, la parte del total de cuadrados que representan los que forman cada cara del cubo, es:

$\frac{9}{54}$ $\frac{9}{54}$ $\frac{9}{54}$ $\frac{9}{54}$ $\frac{9}{54}$ $\frac{9}{54}$

El número $\frac{9}{54}$ es un **número racional**.

Un **número racional** se expresa de la forma $\frac{p}{q}$, donde p y q son números enteros y q es distinto de cero.

El conjunto de los **números racionales** $\mathbb{Q}$ se determina así:

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} / p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0 \right\}$$

Ejemplo 1

El número -957 pertenece al conjunto de los números racionales porque puede escribirse de la forma $\frac{p}{q}$, donde el denominador de esta fracción es el número 1.

$$-957 = \frac{-957}{1}$$

1.2 El conjunto de los números irracionales

Todo **número irracional** tiene una expresión decimal infinita no periódica. El conjunto de los números irracionales se simboliza con $\mathbb{I}$.

En otras palabras, los números irracionales no se pueden escribir de la forma $\frac{p}{q}$, donde p y q son números enteros y $q \neq 0$.

Ejemplo 2

Los números $\sqrt[5]{4}$, π, e, $\sqrt[4]{2}$, $\sqrt{5}$, φ pertenecen al conjunto de los números irracionales, porque su expresión decimal es infinita no periódica:

$\sqrt[5]{4} = 1{,}31950791...$ $\qquad \pi = 3{,}141592653...$

$e = 2{,}7182818284...$ $\qquad \sqrt[4]{2} = 1{,}189207115...$

$\sqrt{5} = 2{,}2360679774...$ $\qquad \varphi = 1{,}618033988749...$

Ejemplo 3

Según su origen, los números irracionales se clasifican en algebraicos o trascendentes. Observa la Tabla 1.1.

Clase	Ejemplos	
Número irracional algebraico Es solución de alguna ecuación polinómica cuyos coeficientes son números racionales.	El número áureo, representado por la letra griega phi.	$\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$
	Las raíces no exactas.	$\sqrt{2}, \dfrac{\sqrt[3]{3}}{2}, \sqrt{3}, \sqrt[3]{4}, \sqrt[5]{21}$
Número irracional trascendente No es solución de ninguna ecuación polinómica de coeficientes racionales.	El número pi es la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro.	π
	La constante de Euler o constante de Napier.	e

Tabla 1.1

Actividades de aprendizaje

Razonamiento

1. Lee cada afirmación y escribe F, si la proposición es falsa o V, si es verdadera.

   a. Todo número irracional puede escribirse de la forma $\dfrac{p}{q}$.

   b. Los números irracionales trascendentes se ubican con exactitud en la recta numérica con aproximaciones decimales.

   c. Todo número racional puede expresarse de forma decimal.

   d. El conjunto de los números racionales es un subconjunto de los números naturales.

   e. El conjunto de los números racionales es un subconjunto de los números naturales.

Comunicación

2. Consulta cómo se clasifican las expresiones decimales de una fracción.

   Escribe dos fracciones cuya expresión decimal corresponda a cada tipo de decimal.

Resolución de problemas

3. El largo y ancho de una piscina olímpica es 50 m y 25 m, respectivamente. Si un nadador quiere recorrerla en diagonal, ¿qué distancia recorre? ¿A qué conjunto numérico pertenece este valor?

Evaluación del aprendizaje

✓ Marca con una X la casilla que corresponda, según los números sean racionales o irracionales.

	Es número racional	Es número irracional
$2\sqrt[3]{6}$		
$-\dfrac{4}{5}$		
$55,\widehat{03}$		
-103		
π		
4,678		
$-345,231409\ldots$		

Tabla 1.2

2 Números reales

Saberes previos

Dados los conjuntos $\mathbb{N}$ y $\mathbb{Z}$ determina la unión y la intersección, y escribe si se cumple $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ o $\mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$.

Analiza

La unión de los conjuntos numéricos $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$ forma el conjunto de los números reales.

- Haz un diagrama detallado que resuma la relación que existe entre los conjuntos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$.

Conoce

2.1 El conjunto de los números reales

El diagrama que representa la relación que existe entre los conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ e $\mathbb{I}$ y la formación del conjunto de los números reales se presenta en la Figura 1.2.

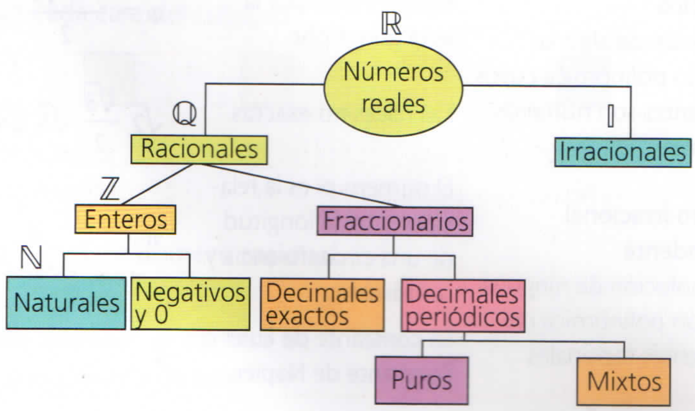


Figura 1.2

Los **números reales** son el resultado de la unión del conjunto de los números racionales con el conjunto de los números irracionales. Se simboliza con $\mathbb{R}$.

2.2 Propiedades de las relaciones de orden

Para *a*, *b* y *c* números reales, se cumplen las siguientes propiedades.

Propiedad 1 (transitiva)	Si $a < b$ y $b < c$, entonces $a < c$.
Propiedad 2	Si $a < b$, entonces $a + c < b + c$.
Propiedad 3	Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $a \cdot c < b \cdot c$.
Propiedad 4	Si $a < b$ y $c < 0$, entonces $a \cdot c > b \cdot c$.
Propiedad 5	Si $a < b$ y $c < d$, entonces $a + c < b + d$.
Propiedad 6	Si $a \cdot b < 0$, entonces: $a > 0$ y $b < 0$, o $a < 0$ y $b > 0$.
Propiedad 7	Si $a \cdot b > 0$, entonces: $a > 0$ y $b > 0$, o $a < 0$ y $b < 0$.
Propiedad 8	Si $a > b$, $a > 0$ y $b > 0$ entonces $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$.

Tabla 1.3

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Ejemplo 1

Observa la propiedad que se aplicó en cada caso.

- Si $-2 < 3$ y $3 < 5$, entonces $-2 < 5$. Esta corresponde a la propiedad transitiva de las relaciones de orden de los números reales (Propiedad 1).
- Si $e < \pi$, entonces $e + 3 < \pi + 3$. Al sumar un mismo número real en ambos miembros de la desigualdad, esta se mantiene (Propiedad 2).
- Si $-5 < 7$ y $9 > 0$, entonces se cumple que $(-5) \cdot 9 < 7 \cdot 9$, pues $-45 < 63$. La Propiedad 3 indica que al multiplicar ambos miembros de una desigualdad por un número positivo, la desigualdad se mantiene.
- Si $-5 < 7$ y $-9 < 0$, entonces $(-5) \cdot (-9) > 7 \cdot (-9)$, es decir $45 > -63$. Como se multiplicó por un número negativo, la desigualdad cambió de sentido (Propiedad 4).
- Si $8 < 11$ y $-5 < 3$, entonces $8 + (-5) < 11 + 3$, ya que $3 < 14$. Cuando se suman los términos respectivos de dos desigualdades, la desigualdad no cambia (Propiedad 5).
- Si $-21 < 0$, $(-7) \cdot 3 = -21$ o $7 \cdot (-3) = -21$. Por la Propiedad 6 se tiene que alguno de los factores de -21 es positivo y otro es negativo.
- Si $55 > 0$, $(-5) \cdot (-11) = 55$ o $5 \cdot 11 = 55$. Por la Propiedad 7 se tiene que los dos factores de 55 son ambos positivos o ambos negativos.
- Por la Propiedad 8, como $13 < 17$ y, además, $13 > 0$ y $17 > 0$, entonces $\frac{1}{13} > \frac{1}{17}$.

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1. Escribe $\in$ o $\notin$ para establecer la relación de cada número con el conjunto numérico dado.

a. $\frac{4}{7}$ ☐ $\mathbb{I}$

b. 78,2333… ☐ $\mathbb{Z}$

c. 0,4352… ☐ $\mathbb{I}$

d. 6π ☐ $\mathbb{Z}$

e. 46,89 ☐ $\mathbb{R}$

f. $\frac{87}{5}$ ☐ $\mathbb{R}$

Resolución de problemas

2. Manuela necesita distribuir 27 libros entre cuatro personas de manera equitativa. ¿Cuál sería la mejor manera de repartirlos y por qué?

Evaluación del aprendizaje

Completa las expresiones con los signos $<$, $>$ o $=$, según corresponda.

a. Si $\sqrt{2} < 2 \Rightarrow \sqrt{2} + 5$ ☐ $2 + 5$.

b. Si $2 > \frac{\pi}{2}$ y $\frac{\pi}{2} > \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\pi}{3}$ ☐ 2.

Estilos de vida saludable

En promedio, la densidad de la sangre de una persona sana es de 1,05588 g/mL y la de una persona alcohólica de 1,06133 g/mL. Compara estos valores y da una conclusión al respecto.

- ¿Qué consecuencias trae el alcohol a nuestro cuerpo?

3 La recta real

Saberes previos

Construye una recta numérica en tu cuaderno y representa en ella los números -2; $-0{,}5$; 0, y 4. Describe el procedimiento.

Analiza

Los números reales se pueden representar mediante puntos sobre una recta numérica.

- ¿Qué relación hay entre los números reales y los puntos de la recta real?

Conoce

Para construir la recta real (Figura 1.3) se traza una recta y se siguen estos pasos:

- Se ubica un punto de referencia arbitrario llamado **origen,** al cual le corresponde el número real **0**. A partir de este, se definen dos sentidos opuestos, uno positivo y otro negativo.
- Se elige una unidad de longitud para medir distancias en ambos sentidos de la recta. Cada número positivo m se representa por un punto en la recta a una distancia de m unidades a la derecha del origen, y cada número negativo $-x$ se representa mediante un punto a una distancia de x unidades a la izquierda del origen.
- Las flechas a izquierda y derecha de la recta significan que el conjunto de los números reales es infinito.

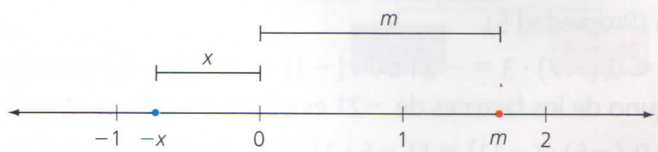


Figura 1.3

A cada número real le corresponde un **único punto** sobre la recta y a cada punto en la recta real se le asocia un **único número real**. Entre dos números reales hay infinitos números reales.

Ejemplo 1

Los números reales $-\sqrt[5]{3}$, $-\frac{4}{5}$, $-\frac{1}{2}$, 0, $\frac{3}{5}$, $\frac{e}{2}$, $\sqrt{2}$, ubicados en la recta real (Figura 1.4) están ordenados así:

- El número $-\frac{4}{5} < -\frac{1}{2}$, lo cual indica que $-\frac{4}{5}$ está ubicado sobre la recta real a la izquierda de $-\frac{1}{2}$.
- El número $\sqrt{2} > \frac{e}{2}$, entonces $\sqrt{2}$ está ubicado a la derecha de $\frac{e}{2}$.
- El número $-\sqrt[5]{3} \leq -\sqrt[5]{3}$, esto significa que $-\sqrt[5]{3}$ cumple alguna de las siguientes posibilidades $-\sqrt[5]{3} < -\sqrt[5]{3}$, o $-\sqrt[5]{3} = -\sqrt[5]{3}$. En este caso se cumple la relación de igualdad (=).

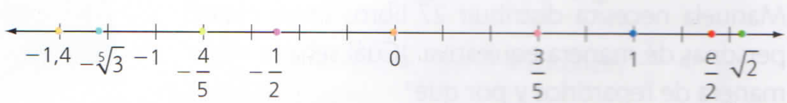


Figura 1.4

3.1 Valor absoluto

El **valor absoluto** de un número real a se simboliza con $|a|$ y es la distancia que hay desde a hasta 0 sobre la recta real.

Ejemplo 2

En la Figura 1.5 se representa en la recta real el significado del valor absoluto de los números -3 y 5.

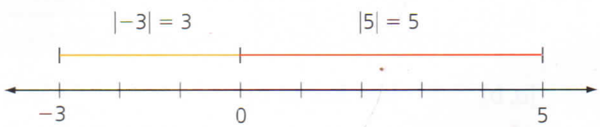


Figura 1.5

Para simplificar expresiones con valor absoluto es necesario utilizar las propiedades que se definen en la Tabla 1.4. Allí, los valores de a y b son reales.

Propiedad		Ejemplos
1. El valor absoluto de un número nunca es negativo.	$\lvert a \rvert \geq 0$	$\lvert -8 \rvert = 8 \geq 0$
2. Un número y su inverso aditivo tienen siempre el mismo valor absoluto.	$\lvert a \rvert = \lvert -a \rvert$	$\lvert 35{,}6 \rvert = \lvert -35{,}6 \rvert$
3. El valor absoluto de un producto es el producto de los valores absolutos.	$\lvert ab \rvert = \lvert a \rvert \lvert b \rvert$	$\lvert -4 \cdot 9 \rvert = \lvert -4 \rvert \lvert 9 \rvert$
4. El valor absoluto de un cociente es el cociente de los valores absolutos.	$\left\lvert \frac{a}{b} \right\rvert = \frac{\lvert a \rvert}{\lvert b \rvert}$	$\left\lvert \frac{-12}{7} \right\rvert = \frac{\lvert -12 \rvert}{\lvert 7 \rvert}$

Tabla 1.4

Si a y b son números reales y $a < b$, entonces la **distancia** entre los puntos a y b en la recta real es $|b - a|$.

Ejemplo 3

Para hallar la distancia entre los números -2 y 11, se calcula el valor absoluto de la resta del número mayor con el número menor, así:

$$|11 - (-2)| = |13| = 13$$

La distancia entre los números -2 y 11 es 13.

3 La recta real

3.2 Intervalos, semirrectas y entornos

Un **intervalo** es un subconjunto de números reales que se corresponden con los puntos de un segmento o una **semirrecta** en la recta real.

La clasificación de los intervalos se presenta en la Tabla 1.5, donde los valores de a y b son reales.

Nombre	Notación	Conjunto	Gráfica
Intervalo abierto	(a, b)	$\{x/a < x < b\}$	a b
Intervalo cerrado	$[a, b]$	$\{x/a \leq x \leq b\}$	a b
Intervalo semiabierto	$[a, b)$	$\{x/a \leq x < b\}$	a b
	$(a, b]$	$\{x/a < x \leq b\}$	a b
Intervalo infinito	(a, ∞)	$\{x/x > a\}$	a
	$[a, \infty)$	$\{x/x \geq a\}$	a
	$(-\infty, b)$	$\{x/x < b\}$	b
	$(-\infty, b]$	$\{x/x \leq b\}$	b
	$(-\infty, \infty)$	$\mathbb{R}$	

Tabla 1.5

Se llama **entorno** de centro a y radio r, y se simboliza $E_r(a)$ o $E(a, r)$ al intervalo abierto $(a - r, a + r)$.

Ejemplo 4

El entorno $E_3(1)$ de centro 1 y radio 3 se representa por el intervalo abierto: $(1 - 3, 1 + 3) = (-2, 4)$. Observa la Figura 1.6.

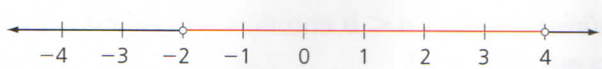


Figura 1.6

Ejemplo 5

Un sismo se considera fuerte, según la escala de Richter, si tiene una magnitud mayor o igual a 6 y menor que 6,9. Esto se representa con un intervalo semiabierto, cuya notación es $[6; 6{,}9)$. El conjunto correspondiente es $\{x/6 \leq x < 6{,}9\}$ y su representación gráfica corresponde a la Figura 1.7.

Figura 1.7

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Halla el valor de las expresiones con valor absoluto.

a. $|5 - \pi|$ b. $||-10| - |-4||$

c. $|\sqrt{5} - 5|$ d. $|-4|$

e. $\frac{|-1|}{-1}$ f. $\left|\frac{8-13}{15-7}\right|$

g. $|-15 \cdot 8|$ h. $|35 \cdot 2 \cdot -9|$

2 Determina la distancia entre cada par de números.

a. -5 y 17 b. $-3{,}8$ y $2{,}4$

c. $\frac{3}{5}$ y $-\frac{1}{2}$ d. $-345{,}67$ y $2\,986{,}21$

e. $-\frac{56}{9}$ y $-\frac{5}{6}$ f. $8\,546$ y $-1\,234$

g. -23 y 14 h. $3{,}45$ y $1{,}45$

3 Expresa en forma de intervalo los entornos.

a. $E_4(-2)$ b. $E_2(5)$

c. $E_3(10)$ d. $E_5(-3)$

e. $E_1(-7)$ f. $E_6(1)$

4 Representa en la recta real el siguiente conjunto de números reales.

$$\left\{\sqrt[3]{-8}, -\frac{5}{8}, \frac{28}{99}, \sqrt{3}, \frac{\pi}{4}, -\frac{e}{2}, -1\right\}$$

5 Realiza la gráfica de los siguientes intervalos.

a. $\{x/x \geq -4\}$ b. $\left(-\sqrt{2}, \frac{3}{4}\right]$

c. $\left[-\sqrt[5]{3}, \frac{1}{3}\right)$ d. $\{x/1{,}5 \leq x \leq 3{,}56\}$

e. $\{x/x < -6{,}7\}$ f. $\left(\frac{13}{4}, \infty\right)$

6 Representa en la recta real cada pareja de números y escribe $>$, $<$ o $=$, según corresponda.

a. $-5{,}4$ ☐ $-3{,}8$ b. $-1{,}2$ ☐ $2{,}3$

c. $-\frac{5}{6}$ ☐ $-\frac{10}{12}$ d. $\frac{3}{5}$ ☐ $1{,}6$

e. $-0{,}91$ ☐ $-\frac{7}{3}$ f. $-\frac{1}{4}$ ☐ $2{,}3$

Resolución de problemas

7 Un nutricionista hace un plan de alimentación para que un paciente mantenga su peso normal entre 56,6 kg y 61,5 kg máximo.

a. Haz una gráfica del intervalo del peso normal.

b. Expresa la proposición mediante la notación de intervalo y de conjunto.

c. Si el paciente actualmente pesa 75,4 kg, ¿cuántos kilogramos debe perder el paciente para alcanzar el promedio del peso normal?

Evaluación del aprendizaje

i En la notación de conjunto para un intervalo, la expresión $a < x \leq b$ se llama *desigualdad*. ¿Cuál es la desigualdad que representa al intervalo $(-23, 56]$? Explica tu respuesta.

ii Expresa cada proposición mediante la notación de intervalo y de conjunto.

a. Los niveles normales de glucosa en ayunas en un ser humano deben ser mayores o iguales que 70 mg/dL y menores que 100 mg/dL.

b. El tiempo que tarda una persona en llegar a su trabajo es mayor que $\frac{5}{6}$ h y menor o igual que $\frac{3}{2}$ h.

c. La estatura de los jugadores de un equipo de baloncesto es menor que 1,98 m y mayor o igual que 1,82 m.

Educación ambiental

El pH del agua es un indicador de su acidez. El agua pura tiene un pH de 7 y el agua potable puede tener valores de 6,5 a 9. Expresa la proposición mediante la notación de intervalo y conjunto, y haz una gráfica del intervalo de pH.

- ¿Crees que la contaminación del agua puede incidir en su pH? Justifica.