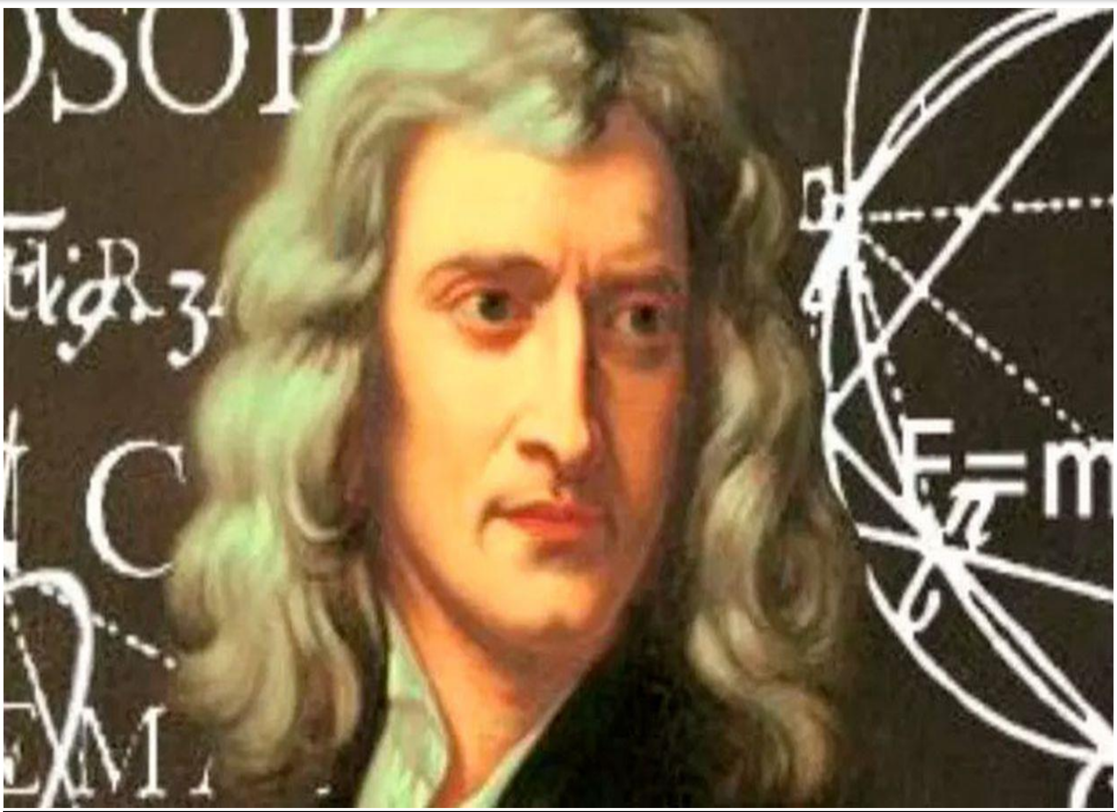
	ALCALDÍA DE VILLAVICENCIO	FR-1540-GD01	
	INSTITUCIÓN EDUCATIVA CENTAUROS	Vigencia: 2014	
	PLANEACION PRIMER PERIODO	Documento controlado	
		PERIODO:1	

Docente: **ELCIRA RIVERA GRANADA**		Área: **MATEMATICAS**
Grado: **DECIMO**	Sede: **LA ROSITA JM**	**Fecha: ENERO – 25 -2021**

ESTANDAR: Comprendo e interpreto la representación de números reales en la recta numérica, a través de la solución de problemas de la vida cotidiana.
DBA: Interpreta operaciones básicas como: como suma, resta multiplicación y división de números reales **(R)**. Además aplica de forma acertada sus propiedades.



ISAAC NEWTON: matemático, físico y teólogo. Nació el 4 de enero de 1643, en woolsthorpe, a unos 13 km al sur de grantham, en el lincolnshire y murió el 31 de marzo de 1727, en londres, inglaterra.

ACTIVIDAD #1: NÚMEROS RACIONALES (Q)

PÁGINAS: 10 y 11

Simplemente escribes en tu cuaderno las páginas **10 y 11,** teniendo cuidado de consignar todos los ejercicios que aparecen allí resueltos. Además, debes realizar la actividad de aprendizaje de la página **11.**

ACTIVIDAD #2:

NÚMEROS IRRACIONALES (I)

PÁGINAS: 12 y 13

Consigna las páginas **12 y 13**; analizando detenidamente su contenido. Escribir los ejemplos (1), (2) y (3). Además, realizar la actividad de aprendizaje de la página **13.**

ACTIVIDAD #3:

NÚMEROS REALES (R)

PÁGINAS: 14 y 15

Consigna en tu cuaderno las páginas **14 y 15**. Escribe los ejemplos que aparecen allí resueltos. Finalmente resuelve la actividad de aprendizaje de la página **15.**

ACTIVIDAD #4:

PROPIEDADES DE LOS NUMEROS REALES Y EXPRESIONES DECIMALES

PÁGINAS: 16 y 17

Consigna en tu cuaderno las páginas **16 y 17;** y resuelve el taller de aprendizaje que aparece planteado en la página **17** como ejercitación de los saberes propuestos en esta unidad.

NOTA: Para una mayor precisión y exactitud puedes utilizar papel milimetrado.

1 Números racionales

Saberes previos

Encuentra dos pares de números cuyos cocientes sean: 0,5 ; 0,333... y 1,3525. Explica qué relación tuviste en cuenta entre cada par para lograrlo.

Analiza

Las medidas usadas en demografía generalmente se refieren a la proporción o porcentaje en que un evento se presenta en una población.

Lugar	Población en millones
América	992
Europa	738
África	1 186
Asia	4 393
Oceanía	39
Total	**7 348**

Tabla 1.1

Fuente: Naciones Unidas (2015). Revision of World Population Prospects.

- Los datos de la Tabla 1.1 muestran las cifras aproximadas de la población al 2015, con base en ellos, ¿a qué porcentaje de la población mundial corresponde la población de cada región?

Conoce

La relación entre la población de cada región y el total de la población mundial se puede expresar mediante **números racionales**. Estos números pueden escribirse como una fracción o un número decimal y esta última facilita el proceso para identificar cantidades porcentuales como se muestra en la Tabla 1.2.

Región	Población	Porcentaje
África	$\frac{1\,186}{7\,348} \approx 0{,}16$	16%
Asia	$\frac{4\,393}{7\,348} \approx 0{,}60$	60%
Europa	$\frac{738}{7\,348} \approx 0{,}10$	10%
América	$\frac{320}{7\,348} \approx 0{,}13$	13%
Oceanía	$\frac{39}{7\,348} \approx 0{,}005$	0,5%

Tabla 1.2

En el sentido amplio, los **números racionales** ($\mathbb{Q}$) se definen como el cociente de dos números enteros con denominador diferente de 0.

En sentido estricto, un número racional es el conjunto de todas las fracciones equivalentes a una dada; de todas ellas, se toma como representante de dicho número racional a la fracción irreducible, es decir, la que está simplificada al máximo.

Ejemplo 1

El número racional $\frac{2}{3} = \left\{ \ldots \frac{-8}{-12}, \frac{-6}{-9}, \frac{-4}{-6}, \frac{-2}{-3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \ldots \right\}$ es el conjunto de todas las fracciones equivalentes a la fracción $\frac{2}{3}$ la cual es usada como representante del conjunto por ser la que está simplificada al máximo.

Ejemplo 2

Como el cociente de dos números enteros puede dar un decimal exacto o periódico éstos también son números racionales.

- El número 7,45 es un número racional puesto que $\frac{149}{20} = 7{,}45$. En este caso, la expresión decimal tiene un número finito de cifras decimales.
- El número $2{,}4\overset{\frown}{78}$ es racional porque es el cociente de la fracción $\frac{409}{165}$. El número decimal tiene un número infinito de cifras decimales en el que se repite una secuencia fija de cifras llamada **periodo**. En este caso, el periodo es 78 y se denota con un arco sobre él.

A partir de un número decimal exacto o periódico se puede calcular la fracción equivalente a él, llamada **fracción generatriz**.

Ejemplo 3

La fracción generatriz de un decimal exacto tiene como numerador el número sin decimales y como denominador, la unidad seguida de tantos ceros como cifras decimales tiene el número decimal. Una vez obtenida la fracción generatriz, se simplifica si es posible. Observa el ejemplo.

$$7{,}45 = \frac{745}{100} = \frac{149}{20}$$

Ejemplo 4

Observa cómo hallar la fracción generatriz correspondiente a un número decimal periódico.

$$10{,}1\widehat{23} = \frac{\text{Cifras del número sin coma ni periodo} - \text{Cifras situadas antes del periodo}}{\text{Tantos nueves como cifras tenga el periodo y ceros como cifras haya entre la coma y el periodo}}$$

$$= \frac{10\,123 - 101}{990} = \frac{10\,022}{990} = \frac{5\,011}{495}$$

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Escribe 10 fracciones que se encuentren en el conjunto de fracciones equivalentes de cada uno de los siguientes números racionales.

a. $\frac{4}{5}$ b. $-\frac{4}{5}$ c. 2

d. -5 e. $\frac{-4}{-5}$ f. $\frac{7}{9}$

2 Identifica los números que no deben estar en el conjunto de las fracciones equivalentes cuyo representante es el número racional que se indica en cada caso.

a. $\frac{3}{8} = \left\{\dots \frac{-12}{-32}, \frac{-9}{24}, \frac{-6}{16}, \frac{-3}{-8}, \frac{3}{8}, \frac{6}{16}, \frac{9}{24}, \frac{12}{32}, \dots\right\}$

b. $\frac{-4}{7} = \left\{\dots \frac{-8}{-14}, \frac{-4}{-7}, \frac{4}{-7}, \frac{-8}{14}, \frac{-12}{21}, \frac{16}{28}, \frac{-20}{-35}, \dots\right\}$

3 Halla la fracción irreducible que corresponde a los siguientes números racionales.

a. $25{,}25$ b. $25{,}\widehat{25}$ c. $25{,}2\widehat{5}$

4 Responde.

a. ¿Todos los números enteros son racionales?

b. ¿Todos los números racionales son enteros?

Resolución de problemas

5 Según el censo de 1993, en Colombia por cada 100 hombres había aproximadamente 103 mujeres. Suponiendo que dicha proporción se conserva y que la cantidad de hombres hoy es de 20 000 000. ¿Cuál es la cantidad total de habitantes?

Evaluación del aprendizaje

✓ Escribe cinco números racionales expresados como un número decimal y luego expresa cada uno como una fracción irreducible.

Educación ambiental

La capa de hielo de los lagos de Alaska tenía aproximadamente 173 cm de espesor, pero en el año 2011 este espesor se redujo a 135 cm por causa del calentamiento global.

- ¿En qué porcentaje se redujo la capa de hielo de los lagos de Alaska en el año 2011?

2 Números irracionales

Saberes previos

Dibuja un triángulo rectángulo isósceles cuyos catetos midan 8 cm cada uno. Mide con una regla la hipotenusa. Compara tu respuesta con la de otros cinco compañeros. ¿Alguno obtuvo una medida entera o un número racional?

Analiza

Los geómetras y artistas han encontrado que la medida de cierto tipo de armonía en la naturaleza puede expresarse mediante una cantidad llamada "Número áureo".

$$\varphi = \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right)$$

¿A qué conjunto pertenece el número áureo?

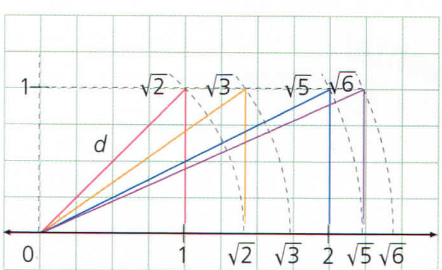


Figura 1.1

Conoce

La expresión decimal correspondiente al número áureo es:

$$\varphi = \left(\frac{\sqrt{5} + 1}{2}\right) \approx 1{,}618033\ldots$$

El anterior número decimal tiene una cantidad ilimitada de cifras decimales, pero no tiene periodo. A este tipo de números se les denomina **números irracionales.**

El **conjunto de números irracionales** ($\mathbb{I}$) está conformado por los números que no se pueden escribir en forma de fracción $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y $b \neq 0$. La expresión decimal de un número irracional es infinita no periódica.

Ejemplo 1

Algunos ejemplos de números irracionales son los siguientes:

- Raíces no exactas de números enteros: $\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[4]{8}$
- Expresiones decimales infinitas cuyas cifras no son periódicas aunque puedan presentar algún otro tipo de regularidad:

  23,110100100010000... 0,1122334455... 1,212212221...

- Números importantes en matemáticas como:

  $\pi = 3{,}14159265\ldots$ $e = 2{,}71828182\ldots$ $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1{,}618\ldots$

2.1 Los irracionales en la recta numérica

A cada número irracional le corresponde un punto en la recta numérica.

Ejemplo 2

Para ubicar en la recta numérica números irracionales como las raíces inexactas, se llevan a cabo los siguientes pasos.

1. Se traza una recta y se ubican los números 0 y 1. Se construye un cuadrado de lado 1 sobre la recta numérica y se traza su diagonal d, $d = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$.

2. Con un compás se traza un arco con centro en 0 y radio igual a la diagonal. El arco corta a la recta numérica en el punto $\sqrt{2}$.

Para construir las siguientes raíces cuadradas se aplica un proceso similar. En la Figura 1.1 se observa la representación de los números irracionales $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ y $\sqrt{6}$.

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Ejemplo 3

El número π se puede representar haciendo rotar sobre la recta numérica un círculo de radio $\frac{1}{2}$ (Figura 1.2), pues la medida de su circunferencia es exactamente dicho valor, $L = 2\pi r = 2\pi \frac{1}{2} = \pi$.

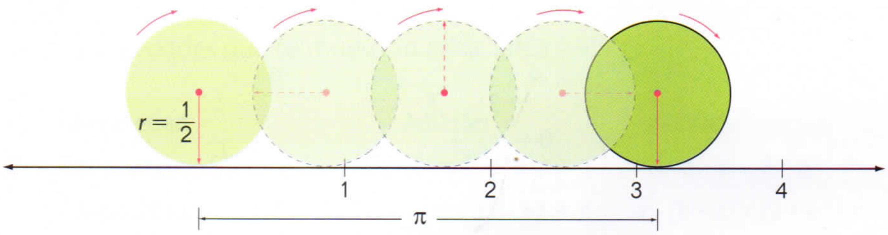


Figura 1.2

Actividades de aprendizaje

Razonamiento

1 Ubica en la recta numérica los siguientes números irracionales. Usa el compás cuando sea posible.

a. $\sqrt{2}$
b. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
c. $\sqrt{3}$
d. $\frac{\pi}{2}$
e. $\sqrt{2} + \sqrt{3}$
f. $\sqrt{7}$
g. π
h. $\sqrt{5} - 2$

Ejercitación

2 Encuentra el resultado de cada operación. Luego, determina si corresponde a un número racional o irracional.

a. $13\sqrt{6} - 7\sqrt{6} + \sqrt{6}$

b. $5\sqrt{3} + 7\sqrt{3}$

c. $\sqrt{5} + \frac{2}{3}\sqrt{5}$

d. $-4\sqrt{5} \cdot 6\sqrt{2}$

e. $2\sqrt{7} + 16\sqrt{7} - 24\sqrt{7}$

f. $\frac{12\sqrt{3}}{6\sqrt{3}}$

g. $5\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2}$

h. $\frac{20\sqrt{3}}{5}$

Resolución de problemas

3 Lorenzo sabe que para construir las ventanas de las figuras 1.3 y 1.4 se necesita que la relación entre el largo (l) y el ancho (a) de cada una sea igual al número áureo: $\frac{l}{a} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

¿Cuál es la medida exacta del largo de cada ventana?

a.

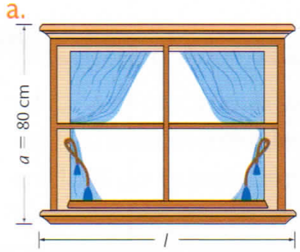


Figura 1.3

b.

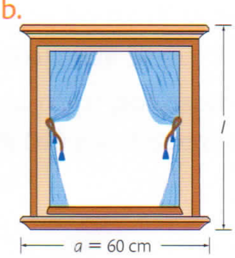


Figura 1.4

Evaluación del aprendizaje

Encuentra el área de cada figura, explica si dichos valores son o no irracionales y representa cada uno en la recta numérica.

a.

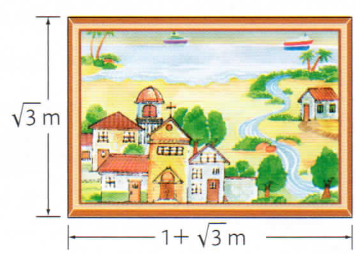


Figura 1.5

b.

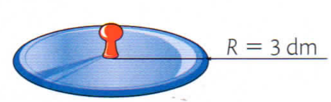


Figura 1.6

3 Números reales

Saberes previos

Dos atletas llegan a la meta con una mínima diferencia. Uno de ellos hizo un tiempo de veinticinco segundos y 2 décimas y el otro veinticinco y 2 milésimas. ¿Cuál de ellos ganó?

Analiza

¿A qué conjunto numérico pertenece cada uno de los siguientes números?

- $\sqrt{2}$
- -3
- $\frac{1}{2}$
- $-0{,}565656\ldots$

Conoce

El número -3 es entero y racional, $\frac{1}{2}$ y $-0,\widehat{56}$ son números racionales y $\sqrt{2}$ es un número irracional; sin embargo, todos los números pertenecen al **conjunto de los números** reales ($\mathbb{R}$). En la Figura 1.7 se representa la inclusión de los conjuntos numéricos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{I}$, $\mathbb{R}$ y algunos números que pertenecen a ellos.

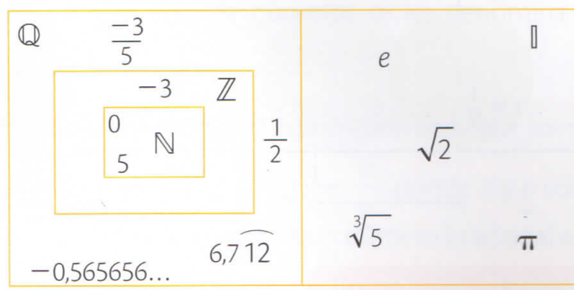


Figura 1.7

El **conjunto de los números reales** ($\mathbb{R}$) está formado por la unión del conjunto de los números racionales con el conjunto de los números irracionales.

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$$

Ejemplo 1

En la tabla 1.3 se marcó con X el conjunto numérico al que pertenece cada número.

Número	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{I}$	$\mathbb{R}$
$-5{,}06$			X		X
$\sqrt{5}$				X	X
4	X	X	X		X
$-\frac{14}{3}$			X		X
$0{,}3333\ldots$			X		X

Tabla 1.3

3.1 Representación de los números reales en la recta real

La recta numérica en la que se representan los números reales se denomina **recta real**; en ella se verifica que:

- Cada punto de la recta se corresponde con un número real.
- A cada número real le corresponde uno y solo uno de los puntos de la recta.

Ejemplo 2

En la Figura 1.8 se representan algunos números reales.

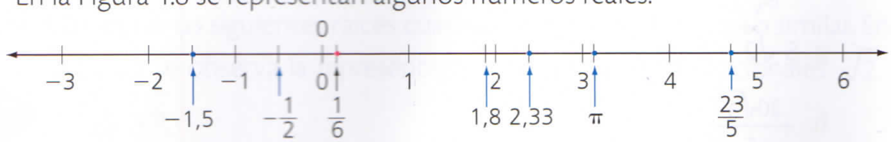


Figura 1.8

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

3.2 Operaciones con números reales

La suma, la diferencia, el producto y el cociente de dos números reales es siempre otro número real. Para realizar estas operaciones se pueden utilizar aproximaciones tomando el número de cifras decimales que se considere adecuado. El resultado no será exacto y tendrá un error cuya magnitud dependerá del número de cifras decimales utilizadas.

Para *a*, *b* y *c*, números reales, la adición y el producto de números reales cumplen las propiedades que se muestran en la Tabla 1.4.

Propiedad	Adición	Multiplicación
Conmutativa	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
Asociativa	$a + (b + c) = (a + b) + c$	$a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
Elemento neutro	$a + 0 = a$	$a \cdot 1 = a$
Elemento inverso (aditivo o multiplicativo)	$a + (-a) = 0$	$a \cdot \left(\frac{1}{a}\right) = 1$ con $a \neq 0$
Distributiva del producto con respecto a la suma		$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$

Tabla 1.4

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Ubica en la recta numérica cada grupo de números reales.

a. $2; -\frac{5}{3}; 1{,}8; \frac{7}{11}; \sqrt{7}$

b. $3\sqrt{2}; -4; \pi; 2{,}7; -\frac{3}{4}$

c. $\frac{\pi}{2}; \sqrt{11}; 1; \frac{5}{2}; -\frac{\sqrt{5}}{3}$

2 Calcula el resultado de las operaciones. Redondea el resultado a las décimas.

a. $\frac{1}{2} + 2 + \sqrt{2}$

b. $0 - 1 + 1 - 1$

c. $2{,}5 + 3{,}14 - \sqrt{3}$

d. $\pi + \sqrt{2} + 3\sqrt{2}$

e. $\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{7}\right) \cdot 0{,}5$

f. $\left(\frac{3}{4} - 6\right) \cdot \sqrt{2}$

Resolución de problemas

3 Se quiere cercar un campo rectangular. Se sabe que uno de sus lados mide tres quintas partes de la medida del otro. Además, la diagonal mide 30 m.

Calcula el precio que se deberá pagar por hacer la cerca si cada metro cuesta $ 75 000 y se desperdicia un 10 % del material empleado.

Evaluación del aprendizaje

i Clasifica los siguientes números indicando a cuál conjunto pertenecen.

a. 2 b. -12 c. $\frac{3}{5}$ d. $53{,}1232323...$

ii Calcula la longitud del $\overline{AB}$ en cada figura.

a.

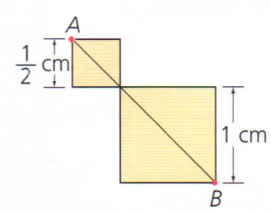


Figura 1.9

b.

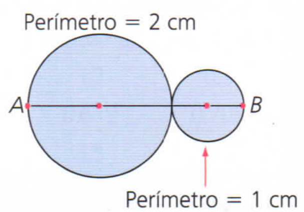


Figura 1.10

4 Propiedades de los números reales y expresiones decimales

Saberes previos

Al dividir 2 entre 7 se obtiene 0,28571428571... ¿Qué se obtendrá si se divide 4 entre 7? ¿Y al dividir 6 entre 7?

Analiza

La densidad de población se define como el cociente obtenido al dividir la cantidad de población entre el área de una región. ¿Cuál de los países de la Tabla 1.5 tiene mayor densidad de población que los demás?

País	Extensión (miles de km²)	Población (en miles) 2016
España	500	46 397
Dinamarca	40	5 721
Japón	370	126 675
Colombia	1 100	48 782

Tabla 1.5

Fuente: Naciones Unidas (2016). *Revision of World Population Prospects.*

Conoce

La densidad de población de cada país se muestra en la Tabla 1.6.

País	Miles de habitantes por km²
España	$\frac{46\,397}{500} = 92{,}794$
Dinamarca	$\frac{5\,721}{40} = 143{,}025$
Japón	$\frac{126\,675}{370} = 342{,}36486486...$
Colombia	$\frac{48\,782}{1\,100} = 44{,}347272727...$

Tabla 1.6

El conjunto de los números reales satisface las siguientes propiedades:

1. **Densidad:** Entre dos números reales, sin importar lo cercano que se encuentren, hay una infinidad de números reales.

   Así, entre 0,5 y 0,6 está 0,55 que está justo en la mitad de estos y en la mitad entre 0,55 y 0,6 se halla 0,575. Se puede seguir el proceso de manera indefinida y siempre se hallarán más y más números reales.
2. **Completitud:** A cada punto de la recta le corresponde un número real y de manera recíproca, cada número real puede representarse mediante un punto en la recta numérica. Por ejemplo 3,5 se puede ubicar en la mitad entre 3 y 4 y no habrá otro número real que ocupe ese lugar.
3. **Orden.** En los números reales se puede establecer la relación de orden entre sus elementos.

Si a y b son dos números reales, se dice que $a < b$, si b está a la derecha de a en la recta real. De acuerdo con esto, las densidades de población de la Tabla 1.6, se pueden ordenar de la menor a la mayor así:

$$44{,}347272727... < 92{,}794 < 143{,}025 < 342{,}36486486$$

De esa forma, el país cuya densidad es mayor que la de los demás países de la tabla es Japón.

Observa que al efectuar los cocientes en la Tabla 1.6 se obtuvieron diferentes números decimales los cuales pueden clasificarse así:

- Decimales finitos: son aquellos en los que la cantidad de cifras decimales es finita. Las densidades de población España y Dinamarca son ejemplos decimales finitos.
- Decimales infinitos periódicos: aquellos en los que se repite de manera ilimitada un grupo de cifras decimales llamado **periodo**. Los decimales que corresponden a las densidades de población de Colombia y Japón son infinitos periódicos y sus periodos son 72 y 648, respectivamente.

Realiza todas las actividades en tu cuaderno

Actividades de aprendizaje

Ejercitación

1 Halla la expresión decimal de cada número y determina si es finita o infinita.

a. $\frac{5}{4} = \square$ b. $\frac{1}{6} = \square$ c. $\frac{2}{5} = \square$

d. $\frac{6}{3} = \square$ e. $\frac{35}{16} = \square$ f. $\frac{3}{11} = \square$

g. $\frac{17}{8} = \square$ h. $\frac{12}{10} = \square$ i. $\frac{30}{13} = \square$

2 Identifica el periodo de cada uno de los siguientes números.

a. 4,01818181818... b. 12,34123412...

c. 77,99979979... d. 3,333333...

e. 0,0437004370... f. 345,543543543...

g. 2,013101310... h. 2,5999....

Razonamiento

3 Representa los siguientes números decimales en la recta numérica.

a. 5,1 b. 3,15 c. 0,5012

d. 3,4 e. 0,312 f. 1,6436

g. 1,68 h. 2,715 i. 4,005

4 Clasifica como racional o irracional los números en cada una de las siguientes listas. Ubícalos en forma aproximada en la recta correspondiente y ordénalos del mayor al menor.

a. $-8; \frac{3}{5}; 0; -\frac{17}{2}; 3; -2; \frac{1}{2}; 1.$

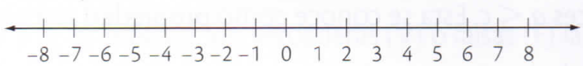


Figura 1.11

b. $\sqrt{25}; \frac{12}{5}; -4; \sqrt{15}; -\frac{10}{3}.$

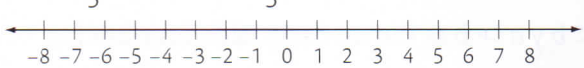


Figura 1.12

c. $\sqrt{3}; -\frac{3}{2}; \sqrt[3]{8}; \frac{5}{3}; 0; -1; \sqrt{7}.$

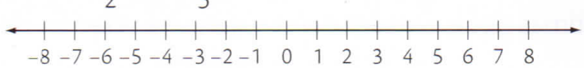


Figura 1.13

d. $2; -\frac{6}{7}; 0; \sqrt{2}; 2; \pi; 3; \sqrt{36}; \sqrt{11}.$

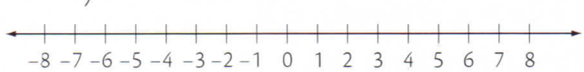


Figura 1.14

Resolución de problemas

5 El diagrama de la Figura 1.15 muestra la cantidad de habitantes afrocolombianos en algunos departamentos. Teniendo en cuenta el total de habitantes en las cuatro regiones, ¿cuál expresión decimal corresponde a la proporción de población afrocolombiana en cada departamento?

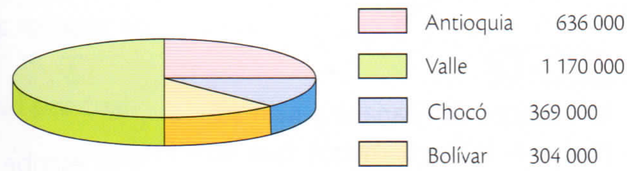


Figura 1.15

Evaluación del aprendizaje

i Completa cada frase.

a. Un número irracional entre 4,2 y 4,5 es $\square$.

b. Dos números racionales comprendidos entre 6,2 y 6,3 son $\square$ y $\square$.

c. Un número racional y uno irracional ubicados en la recta real entre 5,21 y 5,22 son $\square$ y $\square$, respectivamente..

ii Determina si cada enunciado es falso o verdadero.

a. Entre dos números reales cualesquiera siempre hay otro número real.

b. El número 3,45 es mayor que $3,4\overline{5}$.

c. Los números $\frac{1}{2}$ y 0,5 están ubicados en el mismo punto sobre la recta real.

Estilos de vida saludable

Nutrientes por cada 100 gramos			
Fruta	Calorías	Proteínas	Grasas
Cereza	58	1,2	0,3
Ciruela	47	0,619	0,209
Coco	296	3,5	27,2

¿Cuál fruta tiene menos cantidad de grasa por cada 100 gramos?, ¿qué ventajas tiene para la salud comer porciones de fruta al día?