

ACTIVIDAD #1: CONCEPTO DE MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE Y FUERZAS RECUPERADORAS.

PÁGINAS: 4 Y 5

Simplemente escribes en tu cuaderno las páginas **4 y 5**, teniendo cuidado de consignar todos los ejercicios que aparecen allí resueltos. Además, debes realizar la actividad de aprendizaje.

ACTIVIDAD #2:

ECUACIONES DEL MOVIMIENTO ARMONICO SIMPLE

PÁGINAS: 7 Y 8

Consigna la página **7 Y 8**; analizando detenidamente su contenido. Además, escribir todos los ejercicios que aparecen allí resueltos.

ACTIVIDAD #3:

EL M.A.S COMO PROYECCION DEL MOVIMIENTO CIRCULAR SOBRE EL EJE VERTICAL.

PÁGINAS: 9 Y 10

Consigna en tu cuaderno los ejemplos de la página **9**. Escribe los ejercicios que aparecen allí resueltos (**ejemplo 1 y ejemplo 2**). Además, resuelve la actividad de aprendizaje de la página **10**.

ACTIVIDAD #4:

LEYES DEL PENDULO

PÁGINAS: 15 Y 16

Consigna en tu cuaderno los ejemplos resueltos de la página **15** y resuelve el taller de aprendizaje que aparece planteado en la página **16** como ejercitación de los saberes propuestos en esta actividad.

Introducción

El curso anterior de Física, se inició con el estudio de los movimientos en la naturaleza analizando el más sencillo de éstos, el movimiento a lo largo de una trayectoria rectilínea. Consideramos sus dos clases más elementales, el movimiento uniforme que se obtiene cuando la fuerza resultante que actúa sobre el cuerpo es nula; luego el movimiento uniformemente acelerado, que es producido por una fuerza resultante constante. Como aplicación de este último movimiento, se estudió, la caída de los cuerpos cerca de la superficie terrestre.

En el capítulo cuarto se estudió el movimiento en el plano; primero se combinaron dos movimientos con velocidad constante que actúan en diferentes direcciones, luego uno con velocidad constante y el otro con aceleración constante, que es el que sigue un cuerpo que se lanza formando cierto ángulo respecto a la horizontal. Finalmente se estudió el movimiento circular uniforme que es producido por una fuerza constante en magnitud, pero variable en dirección, que está dirigida siempre hacia el centro de la trayectoria y recibe el nombre de fuerza centrípeta. En este capítulo vamos a estudiar el movimiento de un cuerpo cuando la fuerza resultante que actúa sobre él es variable en magnitud, y dirección y en nuestro caso corresponde a la fuerza que ejerce un cuerpo elástico cuando sufre una deformación y luego se deja libre de tal forma que vibre alrededor de su punto de equilibrio.

Concepto de movimiento armónico simple

Fig. 1.2

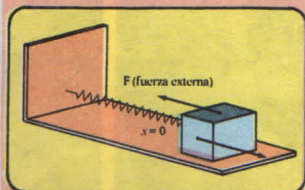
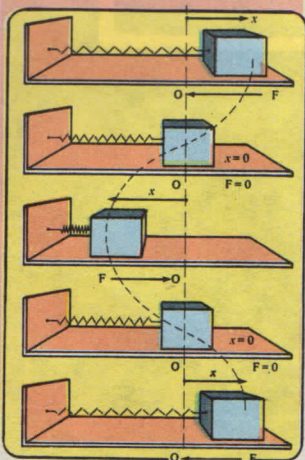


Fig. 1.3



Consideremos una masa que está atada a un resorte; para simplificar el estudio despreciamos el rozamiento entre la superficie y el bloque.

Si ejercemos sobre la masa una fuerza F que la separa de su posición de equilibrio, el resorte ejerce una fuerza en sentido contrario que tiende a llevarla a su posición inicial; esta última fuerza recibe el nombre de fuerza recuperadora (figura 1.2).

Si soltamos la masa dejándola libre, la fuerza recuperadora del resorte la lleva hacia la posición de equilibrio, pero debido a la inercia, la masa no se detiene en este punto, sino que continúa moviéndose hacia la izquierda. Desde el momento que la masa pasa por el punto O , la fuerza recuperadora cambia de sentido y ahora se dirige hacia la derecha. Debido a la acción de esta fuerza, la masa se detiene y luego su velocidad cambia de sentido, moviéndose hacia la derecha, hasta pasar nuevamente por el punto de equilibrio. De esta forma el movimiento continúa en forma periódica.

Se define el movimiento armónico simple como un movimiento periódico producido por una fuerza recuperadora.

El movimiento de la masa obedece a una ley representada por una ley sinusoidal.

Fuerzas recuperadoras

Para definir el movimiento armónico simple, necesitamos hablar de las fuerzas recuperadoras. Esta actividad te permitirá comprender cuál es el fundamento de dichas fuerzas.

Si tomamos un resorte cualquiera y de él suspendemos una masa m , observamos que el resorte se deforma adquiriendo una longitud mayor.

1. ¿De qué variables depende dicha deformación? ¿De la masa suspendida? ¿De la calidad del resorte?

Si suspendemos la misma masa de dos resortes diferentes, ¿será idéntica la deformación en los dos casos?

En la siguiente gráfica se ilustran las diferentes deformaciones que sufre un resorte, cuando de él suspendemos diferentes masas.

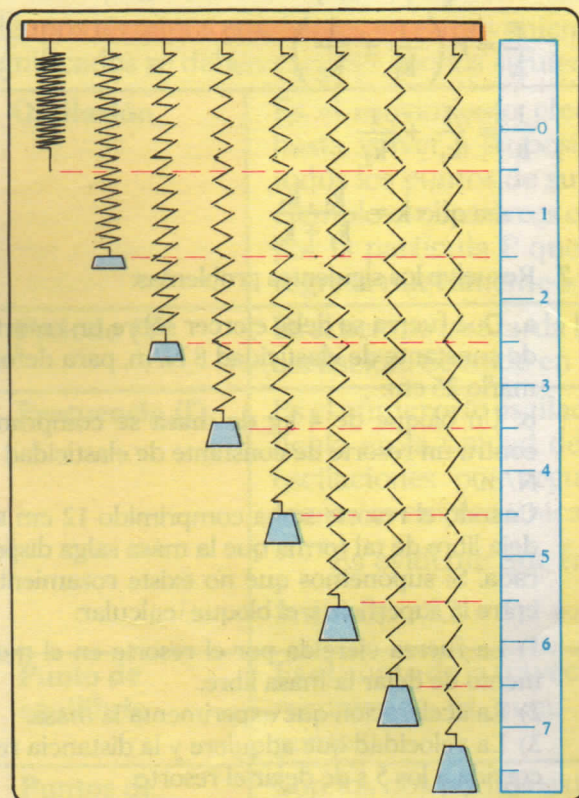


Fig. 1.4

2. Cada masa suspendida tiene un valor de 0.1 kg. Haz una tabla de datos donde se tabule la fuerza ejercida sobre el resorte que es igual al peso de la masa medido en Newton y la deformación que sufre el resorte medida en metros.
3. Realiza una gráfica de F contra x . Debes tener en cuenta que x no representa la longitud del resor-

te, sino su deformación que es igual a la longitud que adquiere, menos la longitud inicial.

$$x = L - L_0$$

La gráfica te indica que las dos magnitudes son directamente proporcionales porque su representación es una línea recta y ésta pasa por el origen. Recuerda que dos magnitudes directamente proporcionales están ligadas por un cociente constante.

$$\frac{F}{x} = k \text{ de donde } F = kx$$

Donde k representa la constante de elasticidad del resorte y se mide en N/m. Sin embargo, la fuerza que produce un movimiento armónico simple no es la fuerza F considerada, porque ésta es la ejercida sobre el resorte y no la ejercida por el resorte que es su reacción.

Si utilizamos la tercera ley de Newton encontramos que la fuerza recuperadora F ejercida por un resorte, es directamente proporcional al tamaño de la deformación.

$$F = -kx \text{ (Ley de Hooke)}$$

4. ¿Por qué se ha introducido un signo menos en la ecuación? Utiliza la tercera ley de Newton para tu respuesta.

Observa que la fuerza F y la deformación x tienen carácter vectorial por lo tanto debemos considerar su sentido al analizar el movimiento. ¿Puede la constante k tener un valor negativo?

En la figura 1.3 vemos que F y x siempre tienen sentido contrario, por lo tanto, si consideramos la deformación x positiva, entonces la fuerza recuperadora F será negativa; lo mismo si x es negativa, entonces F es positiva.

5. Indica un procedimiento que te permita medir la constante de elasticidad de un resorte.
6. Analiza la solución dada a los siguientes problemas y resuelve los interrogantes que en ellos se plantean.
 - a. ¿Cuál es la constante de elasticidad de un resorte si al ejercer sobre él una fuerza de 12 N se deforma 20 cm?

Sabemos que $F = kx$ (donde F es la fuerza externa ejercida).

$$k = \frac{F}{x} \quad k = \frac{12\text{ N}}{0.2\text{ m}} = 60\text{ N/m}$$

La constante de elasticidad del resorte es 60 N/m, lo cual significa que para deformarlo un metro hay que ejercer una fuerza de 60 N.

Ecuaciones del movimiento armónico simple

Para deducir las ecuaciones del movimiento armónico simple, utilizaremos un modelo geométrico que consiste en proyectar en uno de los ejes el movimiento que sigue una partícula Q, que posee un movimiento circular uniforme.

En el tiempo $t = 0$, la partícula Q coincide en la posición A con la partícula P que es su proyección. Cuando Q ha recorrido un cuarto de circunferencia, P se encuentra en el punto de equilibrio. Nuevamente P y Q coinciden cuando ésta última ha recorrido media circunferencia y se encuentra en el punto B. Cuando Q recorre $3/4$ de circunferencia, P se encuentra nuevamente en el punto de equilibrio. Finalmente se completa la trayectoria cuando Q y P vuelven a su posición inicial.

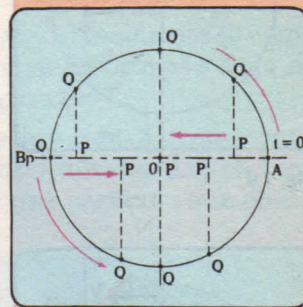


Fig. 1.8

Términos asociados al movimiento armónico simple

Algunos términos empleados en el movimiento armónico simple cuyos significados se deben conocer son los siguientes:

Oscilación	Es el movimiento efectuado por la partícula hasta volver a su posición inicial recorriendo todos los puntos de su trayectoria. En nuestro ejemplo oscilación es el movimiento efectuado por la partícula P que parte de A, llega a B y regresa nuevamente a A.
Período (T)	Es el tiempo que tarda la partícula en hacer una oscilación. Se mide en segundos.
Frecuencia (f)	Es el número de oscilaciones que realiza la partícula en la unidad de tiempo. Se expresa en oscilaciones por segundo pero operacionalmente se emplea únicamente S^{-1} . <i>Hertz 1/s</i> Es evidente que frecuencia y período son inversos: $f \cdot T = 1$; $f = \frac{1}{T}$ o $T = \frac{1}{f}$
Punto de equilibrio	Es el punto de la trayectoria en el cual, la fuerza recuperada es nula. En nuestro ejemplo el punto O.
Puntos de retorno	Son los dos puntos extremos de la trayectoria en los cuales el movimiento cambia de sentido.
Elongación (x)	Es el desplazamiento de la partícula en un instante dado, referido al punto de equilibrio. Se mide en metros o centímetros.
Amplitud (A)	Es la máxima elongación que puede tener la partícula, también se mide en metros o centímetros. La distancia entre los dos puntos de retorno es $2A$.

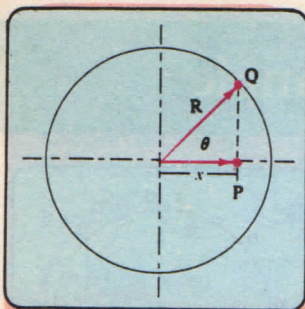


Fig. 1.9

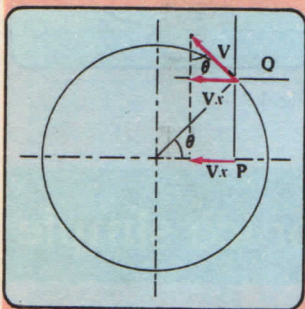


Fig. 1.10

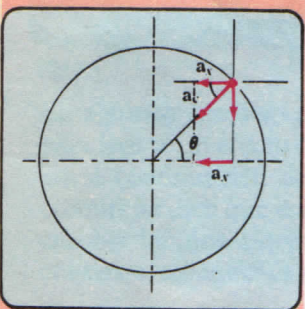


Fig. 1.11

En resumen, las ecuaciones para un movimiento armónico simple son:

Elongación:

$$x = A \cos \omega t$$

Velocidad:

$$v = -A \omega \sin \omega t$$

Aceleración:

$$a = -A \omega^2 \cos \omega t$$

Ecuación de la elongación

Consideremos que en un tiempo t , la partícula Q se encuentra en la posición indicada y su proyección P sobre el eje horizontal en el punto dado.

El ángulo barrido por el radio R es θ . Al aplicar la relación:

$$\cos \theta = \frac{x}{R} \text{ y despejar } x, \text{ se obtiene } x = R \cos \theta.$$

Al considerar el eje horizontal vemos que R es la máxima elongación. Luego $x = A \cos \theta$.

Recordemos que en un movimiento circular uniforme, la velocidad angular indica el ángulo barrido en la unidad de tiempo $\omega = \frac{\theta}{t}$; luego $\theta = \omega t$.

Se concluye que:

$$x = A \cos \omega t$$

Ecuación de la velocidad

La partícula Q que posee movimiento circular uniforme lleva una velocidad tangencial constante en magnitud, pero variable en dirección. $v = \omega R$.

Descomponemos la v en las direcciones horizontal y vertical donde

$$\sin \theta = \frac{v_x}{v}$$

Observemos que v_x tiene sentido negativo en esta posición, por lo tanto $v_x = -v \sin \theta$. El signo negativo lo introducimos para indicar el sentido de la velocidad.

Como $v = \omega R$ y $\theta = \omega t$, nos queda que $v_x = -\omega R \sin \omega t$, o sea:

$$v = -\omega A \sin \omega t$$

Ecuación de la aceleración

La aceleración que experimenta la partícula Q va siempre dirigida hacia el centro de la trayectoria y por esta razón se llama aceleración centrípeta; es la encargada de variar la dirección de la velocidad tangencial.

La descomponemos en sus dos ejes, vertical y horizontal y aplica-

mos la relación trigonométrica coseno:

$$\cos \theta = \frac{a_x}{a_c}$$

La aceleración en el eje horizontal tiene sentido contrario a la elongación que consideramos positiva, por lo tanto $a_x = -a_c \cos \theta$.

En un movimiento circular uniforme $a_c = \omega^2 R$, de donde se concluye que $a_x = -\omega^2 R \cos \omega t$ o sea:

$$a_x = -\omega^2 A \cos \omega t$$

El M.A.S. como proyección del movimiento circular sobre el eje vertical

Se han deducido las fórmulas para la elongación, velocidad y aceleración en un movimiento armónico simple, utilizando la proyección del movimiento circular uniforme en el eje horizontal. Si en cambio, se hubiera proyectado sobre el eje vertical las ecuaciones resultantes serían diferentes.

1. Demuestra que $x = A \sin \omega t$, si se proyecta el M.C.U. en el eje vertical.
2. Haz un análisis similar al seguido en el libro y demuestra que $v_y = A\omega \cos \omega t$, si se proyecta el M.C.U. en el eje vertical.
3. Realiza un procedimiento similar y demuestra que $a_y = -A\omega^2 \sin \omega t$ si se proyecta el M.C.U. en el eje vertical.

En este libro continuaremos utilizando las fórmulas que aparecen en el recuadro de la página anterior. Su escogencia no es un capricho, responde al análisis de las condiciones iniciales que determinan el tipo de movimiento.

Para dar origen al movimiento, se debe separar el cuerpo que va a oscilar de su posición de equilibrio hasta el punto situado a una distancia A ; en ese momento para $t = 0$, la elongación es máxima, $x = A$.

4. En la expresión $x = A \cos \omega t$, demuestra que si $t = 0$, la elongación es máxima.

Al analizar la elongación de una partícula que posee M.A.S., a través del tiempo obtenemos una gráfica de la siguiente forma:

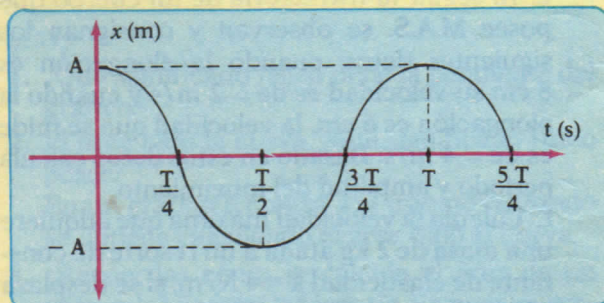


Fig. 1.12

Si analizamos por ejemplo la masa que oscila, atada a un resorte en la figura 1.3, observamos que en $t = 0$, la masa se encuentra en su máxima elongación $x = A$; transcurrido un cuarto de período, el cuerpo llega al punto de equilibrio 0, donde $x = 0$; cuando se completa media oscilación en $t = \frac{T}{2}$, el cuerpo llega al

otro extremo de su movimiento. Luego el cuerpo se mueve en dirección contraria, hasta pasar nuevamente en $t = \frac{3T}{4}$ por el punto de equilibrio $x = 0$. Finalmente se completa la oscilación cuando la masa llega al punto inicial $x = A$, para $t = T$.

5. La siguiente gráfica de v contra t , representa la forma como cambia la velocidad en función del tiempo, en una partícula que posee M.A.S.

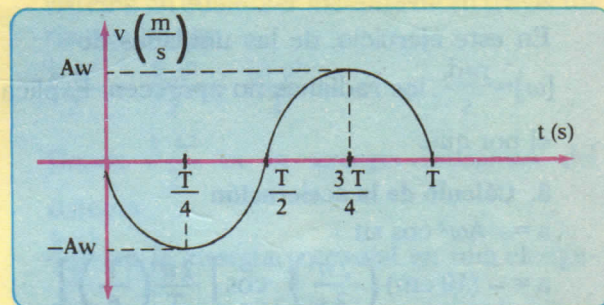


Fig. 1.13

Analiza la gráfica de la figura 1.9 y describe como es la velocidad en cada uno de los puntos de retorno y en el punto de equilibrio. ¿Cuándo es máxima la velocidad? ¿Cuándo es nula?

6. Realiza una gráfica de a contra t y describe cómo es la aceleración en cada uno de los puntos de retorno y en el punto de equilibrio. ¿Cuándo es máxima la aceleración? ¿Cuándo es nula? ¿Qué significa la amplitud en la gráfica?
7. A partir de las expresiones $x = A \cos \omega t$ y $a = -A\omega^2 \cos \omega t$, demuestra que $a = -\omega^2 x$.
8. La velocidad de la partícula también se puede expresar en función de la elongación a partir de las ecuaciones $x = A \cos \omega t$ y $v = -A\omega \sin \omega t$. Demuestra que $v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$.
9. A continuación aparecen resueltos algunos problemas de aplicación del movimiento armónico simple.

a. Un cuerpo que oscila con M.A.S. de 10 cm de amplitud; posee un período de dos segundos. Calcular: la elongación, velocidad y aceleración cuando ha transcurrido un sexto de período.

Solución:

1. Cálculo de la elongación

$$x = A \cos \omega t$$

$$x = 10 \text{ cm} \cos \left[\frac{2\pi}{T} \left(\frac{T}{6} \right) \right] = 10 \text{ cm} \cos \frac{\pi}{3}$$

$$x = (10 \text{ cm}) (0.5) = 5 \text{ cm}$$

Observa que se utilizó $\omega = \frac{2\pi}{T}$. El tiempo no fue necesario calcularlo porque se expresó en función del período $t = \frac{T}{6}$; el ángulo se midió en radianes.

2. Cálculo de la velocidad

$$v = -A\omega \sin \omega t$$

$$v = (-10 \text{ cm}) \left(\frac{2\pi}{2\text{s}} \right) \sin \left[\frac{2\pi}{T} \left(\frac{T}{6} \right) \right]$$

$$v = -10\pi \frac{\text{cm}}{\text{s}} \sin \frac{\pi}{3} = -8.66 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = -27.2 \text{ cm/s.}$$

En este ejercicio, de las unidades de $[\omega] = \frac{\text{rad.}}{\text{s}}$, los radianes no aparecen. Explica el por qué.

3. Cálculo de la aceleración

$$a = -A\omega^2 \cos \omega t$$

$$a = -(10 \text{ cm}) \left(\frac{2\pi}{2\text{s}} \right)^2 \cos \left[\frac{2\pi}{T} \left(\frac{T}{6} \right) \right]$$

$$a = -10\pi^2 \text{ cm/s}^2 \cos \frac{\pi}{3} = -5\pi^2 \text{ cm/s}^2$$

$$a = -49.34 \text{ cm/s}^2$$

b. Calcular la velocidad y aceleración máxima de un cuerpo que posee M.A.S. de 8 cm de amplitud y 4 s de período.

1. Cálculo de la velocidad máxima

La expresión $v = -A\omega \sin \omega t$ obtiene su máximo valor cuando $\sin \omega t = \pm 1$.

Por lo tanto, $v_{\text{max}} = A\omega$

$$v_{\text{max}} = (8 \text{ cm}) \left(\frac{2\pi}{4\text{s}} \right) = 12.56 \text{ cm/s.}$$

2. Cálculo de la aceleración máxima

La aceleración máxima se obtiene cuando en la expresión $a = -A\omega^2 \cos \omega t$; $\cos \omega t = \pm 1$.

$$a_{\text{max}} = A\omega^2$$

$$a_{\text{max}} = (8 \text{ cm}) \left(\frac{4\pi^2}{16\text{s}^2} \right) = 19.73 \text{ cm/s}^2$$

c. ¿Qué tiempo mínimo debe transcurrir para que una partícula que oscila con M.A.S. de 12 cm de amplitud y 4 s de período alcance una elongación de 8 cm? ¿Qué velocidad lleva en dicho instante?

Solución:

1. Cálculo del tiempo

De la expresión $x = A \cos \omega t$ se despeja el ángulo.

$\cos \omega t = \frac{x}{A}$; ωt es ángulo medido en radianes cuyo coseno vale $\frac{x}{A}$.

$$\cos \omega t = \frac{8 \text{ cm}}{12 \text{ cm}}; \cos \omega t = 0.66; \omega t = 0.84 \text{ rad.}$$

$$t = \frac{0.84 \text{ rad}}{\frac{2\pi \text{ rad}}{4\text{s}}} = 0.53 \text{ s}$$

2. Cálculo de la velocidad

$$v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$

$$v = \pm \left(\frac{2\pi}{4\text{s}} \right) \sqrt{(12 \text{ cm})^2 - (8 \text{ cm})^2}$$

$$v = \pm \frac{\pi}{2\text{s}} \sqrt{80 \text{ cm}^2} = \left(\pm \frac{\pi}{2\text{s}} \right) ((8.94) \text{ cm})$$

$$v = \pm 14.04 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

¿Cuál de los dos valores de la velocidad debemos tomar, el positivo o el negativo?

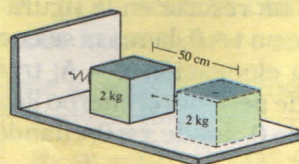
Halla la velocidad aplicando la expresión

$$v = -A\omega \sin \omega t.$$

10. Resuelve los siguientes problemas:

- Una partícula oscila con movimiento armónico simple de 20 cm de amplitud y 1.8 s de período. Calcula la elongación, velocidad y aceleración cuando ha transcurrido un tercio de período.
- Calcula la velocidad y aceleración máxima de una partícula que posee M.A.S. de 50 cm de amplitud y 6 s de período.
- ¿Qué tiempo mínimo debe transcurrir para que una partícula que oscila con M.A.S. de 0.8 m de amplitud y realiza 0.2 oscilaciones cada segundo alcance una elongación de 0.5 m?
- Un cuerpo oscila con M.A.S. de 16 cm de amplitud y 2.5 s de período. ¿Qué velocidad y aceleración lleva cuando se encuentra a 10 cm del punto de equilibrio.
- Al seguir la trayectoria de un cuerpo que posee M.A.S. se observan y consignan los siguientes datos: cuando la elongación es 8 cm su velocidad es de -2 m/s y cuando la elongación es 6 cm, la velocidad que se mide es de -4 m/s . Basado en estos datos calcula período y amplitud del movimiento.
- Calcula la velocidad máxima que adquiere una masa de 2 kg atada a un resorte de constante de elasticidad $k = 4 \text{ N/m}$, si se desplaza 50 cm del punto de equilibrio.

Fig. 1.14



Leyes del péndulo

Hemos estudiado cómo el movimiento pendular es armónico simple porque es periódico y está producido por una fuerza recuperadora, siempre y cuando la amplitud sea pequeña.

1. Toma dos péndulos con la misma longitud pero diferente masa oscilante. Déjalos oscilar libremente y mide el período de cada uno. ¿Depende el período del péndulo de la masa que oscila?

El período de oscilación de un péndulo es independiente de la masa que oscila.

2. Toma dos péndulos con la misma masa oscilante pero de diferente longitud. Déjalos oscilar libremente, mide el período de cada uno. ¿Depende el período del péndulo de su longitud?

El período de un péndulo depende de su longitud.

3. En la página anterior se encontró que el período de una masa que oscila con movimiento armónico simple, se calcula por medio de la expresión

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \text{ como en el péndulo } k = \frac{mg}{L},$$

reemplaza esta última expresión en la fórmula

$$\text{del período y demuestra que } T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

El período del péndulo es directamente proporcional a la raíz cuadrada de la longitud.

Problemas sobre péndulo

4. Sigue el desarrollo de la solución dada a los siguientes ejemplos propuestos:

Ejemplos:

a. Calcular el período de oscilación de un péndulo de 1 m de longitud.

Solución

Se aplica la ecuación:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \text{ donde } L = 1 \text{ m y}$$

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 \text{ y } \pi = 3.14$$

$$T = 2 \cdot 3.14 \sqrt{\frac{1 \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2}} \quad T = 2 \text{ s}$$

el período del péndulo es 2 s.

b. ¿Qué longitud debe tener un péndulo para que su período sea 1 s?

De la expresión $T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$ despejamos L, elevando ambos miembros de la igualdad al cuadrado.

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{L}{g} \quad L = \frac{T^2 g}{4\pi^2}$$

y reemplazamos por los valores conocidos:

$$L = \frac{(1 \text{ s})^2 (9.8 \text{ m/s}^2)}{4\pi^2} = 0.25 \text{ m.}$$

c. Si un péndulo de 8 m de longitud se coloca en la luna donde la gravedad es un sexto de la terrestre. ¿Cuál será su período

Solución

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{8 \text{ m}}{1.6 \text{ m/s}^2}}; \quad T = 13.9 \text{ s}$$

d. En la construcción de un péndulo que se quería tuviera un período de 0.5 s. Se comete un error y su longitud se hace un centímetro más grande. ¿Cuánto se atrasa este péndulo en un minuto?

Solución

Se calcula primero la longitud que debe tener el péndulo para que su período sea 0.5 s.

$$L = \frac{T^2 g}{4\pi^2} \quad L = \frac{(0.5 \text{ s})^2 (9.8 \text{ m/s}^2)}{4\pi^2}$$

$$= 0.062 \text{ m ó } 6.2 \text{ cm}$$

Al cometer el error la longitud del péndulo será 7.2 cm y su período:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad T = 2 \cdot 3.14 \sqrt{\frac{0.072 \text{ m}}{9.8 \text{ m/s}^2}};$$

$$T = 0.538 \text{ s.}$$

El atraso del péndulo cada segundo es $0.538 \text{ s} - 0.5003 \text{ s} = 0.038 \text{ s}$.

En un minuto el péndulo se atrasa $(60)(0.038 \text{ s}) = 2.31 \text{ segundos}$.

5. Resuelve los siguientes ejercicios.

a. Diseña un procedimiento que te permita medir el valor de la gravedad terrestre en el lugar donde estás, utiliza el concepto del péndulo simple.

b. Calcula la longitud de un péndulo que realiza 14 oscilaciones en 3 segundos.

c. ¿Cuántas oscilaciones en un minuto da un péndulo de 60 cm de largo?

d. El péndulo de un reloj tiene un período de 3 s cuando $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. Si su longitud se cuenta en 2 mm, ¿cuánto se habrá atrasado el reloj después de 24 horas?

- e. El período de un péndulo de 80 cm es 1.64 s. ¿Cuál es el valor de la gravedad en el sitio donde está el péndulo?
- f. ¿En cuánto varía el período de un péndulo de 1 m de longitud si reducimos esta longitud en sus $3/4$ partes?
- g. Un péndulo en el polo norte tiene un período de un segundo. ¿Qué sucede cuando es traído al trópico? ¿Aumenta o disminuye su período? Si este péndulo se utiliza en la construcción de un reloj, ¿se adelanta o se atrasa?
- h. Un péndulo oscila con período de 0.8 s. Si su longitud se reduce en sus $3/4$ partes, ¿cuál será el nuevo período?

Problemas sobre masa suspendida de un resorte

Observa y analiza los ejemplos resueltos y desarrolla los ejercicios.

1. ¿Cuál es el período de oscilación de un cuerpo de 1 kg de masa, sujeta a un resorte de 0.5 N/m de constante de elasticidad?

Solución

En la expresión $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$, reemplazamos a

$$m = 1 \text{ kg y } k = 0.5 \text{ N/m}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1 \text{ kg}}{0.5 \text{ N/m}}} = 8.88 \text{ s.}$$

2. ¿Qué masa se debe suspender de un resorte con constante de elasticidad 1 N/m para que éste oscile con período de 1 s?

Solución

De la expresión $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ despejamos m

elevando ambos miembros de la igualdad al cuadrado.

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{m}{k} \text{ de donde: } m = \frac{T^2 k}{4\pi^2}$$

$$m = \frac{(1 \text{ s})^2 (1 \text{ N/m})}{4\pi^2} = 0.025 \text{ kg.}$$

3. Una masa de 4 kg oscila suspendida de un resorte con un período de 2 s. Calcular la constante de elasticidad del resorte.

Solución

Al despejar k se obtiene la expresión

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \text{ ¿Por qué?}$$

$$k = \frac{4\pi^2 (4 \text{ kg})}{2^2 \text{ s}^2} = 39.48 \text{ kg/s}^2 \text{ o sea } 39.48 \text{ N/m.}$$

Demuestra que $\frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$ es equivalente a N/m.

4. Una masa de 0.5 kg, ligada a un resorte posee M.A.S. con 0.8 s de período. Si su energía mecánica total es 10 J. Calcular la amplitud de oscilación.

Solución

De la expresión $E_m = \frac{k A^2}{2}$ desconocemos la

amplitud y la constante de elasticidad del resorte, que debe ser calculada previamente

con la expresión $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$; donde

$$k = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \quad k = \frac{(4\pi^2)(0.5 \text{ kg})}{(0.8 \text{ s})^2} = 30.84 \text{ kg/s}^2,$$

o sea 30.84 N/m.

Ahora sí es posible calcular la amplitud del movimiento.

$$A = \sqrt{\frac{2 E_m}{k}} \quad A = \sqrt{\frac{(2)(10 \text{ J})}{30.84 \text{ N/m}}} = 0.648 \text{ m.}$$

Resuelve los siguientes problemas:

- Calcular el período de oscilación de una masa de 3 kg, sujeta a un resorte de constante de elasticidad $k = 0.8 \text{ N/m}$.
- ¿Qué masa se debe suspender a un resorte de constante de elasticidad $k = 1.25 \text{ N/m}$ para que realice 6 oscilaciones en 18 segundos?
- ¿Cuál es la constante de elasticidad de un resorte, al cual se le liga una masa de 20 kg y oscila con frecuencia de 12 s^{-1} ?
- Un bloque de 5 kg de masa se sujeta a un resorte y oscila con período de 0.1 s y energía total de 24 J. Calcula:
 - La constante de elasticidad del resorte.
 - La amplitud del movimiento.
 - La velocidad máxima de la masa.
 - La máxima aceleración.
- Un bloque de 4 kg de masa estira un resorte 16 cm cuando se suspende de él. El bloque se quita y un cuerpo de 0.5 kg se cuelga ahora del resorte. El resorte se estira y después se suelta. ¿Cuál es el período del movimiento?
- Un cuerpo de 9 kg de masa suspendido de un resorte produce un alargamiento de 24 cm. Calcular:
 - La constante de elasticidad del resorte.
 - El período de oscilación del sistema masa-resorte.
 - Si se cuadruplica la masa suspendida, ¿en cuánto aumenta el período?